

**Zastosowanie optymalizacji topologicznej w kształtowaniu odlewanych konstrukcji szkieletowych**

**Application of topological optimisation in forming of cast cellular structures**

Jarosław Piekło<sup>1</sup>, Stanisław Pysz<sup>2</sup>, Marcin Małysza<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie, Wydział Odlewnictwa, Katedra Inżynierii Procesów Odlewniczych, ul. Reymonta 23, 30-059 Kraków

<sup>2</sup>Instytut Odlewnictwa, Centrum Projektowania i Prototypowania, Pracownia Projektowania Komputerowego Procesów Odlewniczych, ul. Zakopiańska 73, 30-418 Kraków

<sup>1</sup>AGH University of Science and Technology, Faculty of Foundry Engineering, Department of Foundry Process Engineering, ul. Reymonta 23, 30-059 Kraków

<sup>2</sup>Foundry Research Institute, Centre for Designing and Prototyping, Section of Computer-Aided Designing and Foundry Process, ul. Zakopiańska 73, 30-418 Kraków

E-mail: jarekp60@agh.edu.pl

**Streszczenie**

Konstrukcje szkieletowe są ważnym elementem stosowanym jako absorbery energii w przemyśle zbrojeniowym, lotniczym i samochodowym. Jednocześnie zastosowanie algorytmów optymalizacji topologicznej do kształtowania wytrzymałościowego, programów symulacji krzepnięcia, metod wytwarzania przyrostowego (AM – ang. additive manufacturing) oraz technologii sterujących procesami krzepnięcia, może mieć znaczący wpływ na otrzymanie konstrukcji lekkiej i wytrzymałej. Kształt takiej konstrukcji w sposób optymalny dopasowany jest do przenoszenia obciążeń przy określonym działaniu sił zewnętrznych i sposobach podparcia. Celem niniejszej pracy było przedstawienie możliwości, jakie dają wspólne zastosowanie metod optymalizacji topologicznej oraz metod przyrostowych wykonania oprzyrządowania odlewniczego do wykonania odlewów szkieletowych, odpornych na działanie sił ściskających.

*Słowa kluczowe:* optymalizacja topologiczna, odlewy szkieletowe, metody przyrostowe

**Abstract**

Cellular structures are critical components which perform as energy absorbers in the defense, aerospace and automotive industries. Simultaneous application of topological optimisation algorithms for strength forming, solidification simulation software, additive manufacturing (AM) methods and solidification process control technologies may have a significant impact on building lightweight and strong structures. The shape of such structures is optimally adapted for transmission of loads with certain action of external forces and bearing methods. The purpose of this paper is to present the potential released by joint application of topological optimisation methods and AM methods in building of casting equipment for production of cellular castings which can resist compressive forces.

*Keywords:* topological optimisation, cellular castings, additive manufacturing processes

**1. Wprowadzenie**

Struktury komórkowe uporządkowane typu „sandwich”, dzięki dużej zdolności do deformacji plastycznej przy zachowaniu stałej, stosunkowo niskiej wartości naprężeń, mają doskonałe właściwości rozpraszają-

**1. Introduction**

Sandwich organised cellular structures exhibit a high potential for plastic deformation at relatively low constant stress values and thus boast ideal impact energy dissipation performance. The structures of this type

ce energię uderzenia i są stosowane jako absorbery energii w wielu konstrukcjach poddanych ekstremalnym warunkom obciążeń i uderzeń balistycznych, zachowując przy tym w miarę nienaruszoną strukturę swojej postaci [1,2].

Cechą charakterystyczną budowy struktury jest umieszczenie pomiędzy dwoma, najczęściej równoległymi płytami, rdzenia złożonego z powtarzalnych kształtem komórek, które stanowią regularne kompozycje geometryczne. Szeroko znane i stosowane są topologie zamknięte o budowie heksagonalnej, falistej, trapezowej, trójkątnej oraz belkowej, stanowiące nieodłączną część konstrukcji wykorzystywanych w przemyśle lotniczym, zbrojeniowym i samochodowym.

Szereg publikacji, np. [3,4], opisuje ich budowę i różnorodne sposoby wytwarzania, z których interesującą z punktu widzenia odlewnika jest technologia precyzyjnego odlewania, wykorzystująca metody wytwarzania przyrostowego do wykonania modelu. Specyfika wymienionych metod, przejawiająca się w dobrym odwzorowaniu cienkościennych odlewów o złożonym kształcie, skłania do korekty prostych topologii struktur komórkowych, tak aby dopasować ich budowę do założonego wstępnie sposobu obciążenia i mocowania. W tym celu można wykorzystać algorytmy optymalizacji topologicznej oparte o obliczenia numeryczne metodą elementów skończonych MES.

## 2. Charakterystyka metody optymalizacji topologicznej

Ten rodzaj optymalizacji przeprowadza się we wstępnej fazie projektowania, gdy kształt konstruowanej części nie jest jeszcze określony. Ograniczenia, którym podlega proces wstępnego kształtowania, dotyczą wymiarów gabarytowych, warunków brzegowych, miejsc przyłożenia sił oraz współpracy z innymi elementami konstrukcyjnymi. Optymalizacja prowadzona jest w tzw. obszarze projektowym  $\Omega$ , który stanowi kontinuum materialne. Obszar ten można traktować jako skończony zbiór punktów geometrycznych (materialnych), którym można przypisać pewne właściwości materiałowe zmieniające się w trakcie procesu optymalizacji (rys. 1).

Przestrzeń projektowa jest najczęściej bryłą o prostych kształtach (prostokątnością, walec, tuleja, graniastosłup), której odpowiednie brzozy zostały podparte i obciążone zgodnie z założeniami konstrukcyjnymi. Jeżeli zagadnienie optymalizacji topologii kontinuum materialnego rozwiązywane jest numerycznie z zastosowaniem metody elementów skończonych, wtedy każdy punkt materialny tożsamy jest z poszczególnym elementem skończonym, z którego należy usunąć lub dodać pewną wielkość masy wynikającą z aktualnych parametrów procesu. Gęstość siatki nie zmienia się w trakcie następujących po sobie kroków optymalizacji, a ewentualne jej zagęszczenie może służyć badaniu

are used as energy absorbers in many structures subject to extreme ballistic loads and impacts, since they retain a relatively intact structure of their form [1,2].

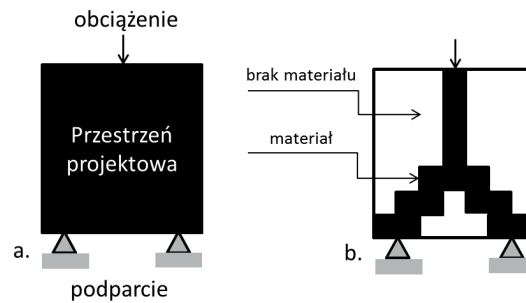
A characteristic of the structure is the location of a core between two (usually) parallel plates, where the core is made of repeatable cells that form regular geometrical compositions. Closed topologies of hexagonal, undulated, trapezoidal, triangular or beam design are well known and widely used as inextricable parts of structures applied in the defense, aerospace and automotive industries.

A number of publications, e.g. [3,4] describes the design and various manufacturing methods applicable to these structures; among which the manufacturing methods of interest for foundry technology is the precision casting process which applies AM processes for production of models. The specifics of those methods consists in a good representation of complex light section castings and favours correction of simple topologies of cellular structures in order to adapt their design to pre-designed arrangements of loading and fixation. This can be done with topological optimisation algorithms based on FEM (Finite Element Method) numerical computations.

## 2. Characteristics of the topological optimisation method

This type of optimisation is done at early design stages, while the shape of the part in design is not yet defined. The restrictions of the pre-forming process concern the overall dimensions, boundary conditions, force application points and mating with other structural elements. The optimisation is carried out in the design space  $\Omega$ , which is a material continuum. The space can be construed as a finite set of geometrical (material) points to which certain material properties can be assigned and the material properties vary through the optimisation process (Fig. 1).

A design space is most often a solid with simple shapes (a cuboid, a cylinder, a sleeve or a prism) the suitable boundaries of which are supported and loaded according to design assumptions. If a problem of optimising the topology of a material continuum is solved numerically by applying FEM, then each material point is equal to a specific finite element from or to which a certain mass must be removed or added as required by actual process parameters. The grid density is not changed during the successive optimisation iterations, whereas any potential densification of the grid can be used to investigate the solution convergence or shape smoothing. The design space  $\Omega$  with the volume  $V$  is initially completely filled with the mass  $m$  at the density



Rys. 1. Przestrzeń projektowa: a) przed optymalizacją, b) kształt po optymalizacji  
 Fig. 1. The design space: a) before optimisation, b) the shape after optimisation

zbieżności rozwiązania lub wygładzeniu kształtów. Obszar projektowy  $\Omega$  o objętości  $V$  jest początkowo całkowicie wypełniony masą  $m$ , o gęstości  $\rho$  i module sprężystości  $E$ . W trakcie procesu optymalizacji dla każdego elementu uaktualniane są dwie zmienne projektowe: gęstość i moduł sprężystości, a masa ulega przesunięciom do obszarów, w których wyężenie materiału jest większe, lub redukcji w miejscach o mniejszym wyężeniu. W efekcie całkowitej lub częściowej (do określonej wielkości) redukcji masy następuje usuwanie elementów i aktualny obszar zajmowany przez konstrukcję  $\Omega^m$  staje się coraz mniejszy. Jeżeli siatka, jak i inne parametry procesu są odpowiednio dobrane, to rozwiązanie jest zbieżne i po kilkunastu krokach iteracyjnych otrzymuje się optymalny kształt ciała, dla którego podatność osiągnęła minimalną wartość, czyli konstrukcję o największej sztywności (odwrotność podatności) i minimalnej masie. Problem optymalizacji kształtu definiujemy jako równoznaczny z doбором optymalnych wartości składowych tensora sprężystości  $E_{ijkl}(x)$  w obszarze projektowym za pomocą zależności [5]:

$$E_{ijkl}(x) = X(x)E_{ijkl}^m \quad \wedge \quad X(x) \in [0,1] \quad (1)$$

$E_{ijkl}$  – tensor sztywności materiału, z którego wykonana jest konstrukcja.

Minimum podatności (maksimum sztywności) znajduje się korzystając z zasady prac wirtualnych, głoszącej że warunkiem równowagi układu odkształcalnego jest równość wirtualnego przyrostu jego energii wewnętrznej  $U_E$  oraz sumy prac wszystkich sił zewnętrznych na dowolnych przemieszczeniach wirtualnych  $L_E(v)$ . Należy znaleźć minimalną wartość pracy sił zewnętrznych  $L(v)$ , tak aby spełniona była równość określona wzorem:

$$U_E(u, v) = L_E(v) \quad (2)$$

gdzie:

$u$  – rzeczywiste dopuszczalne kinematycznie przemieszczenia układu znajdującego się w równowadze,

$\rho$  and the elastic modulus  $E$ . During the optimisation process, each element has two design variables updated: the density and the elastic modulus, while the mass is translated into the areas in which the material effort is higher or the mass is reduced at the areas with lower material effort. The complete or partial (i.e. down to a certain magnitude) mass reduction results in removal of elements; hence the actual space occupied by the structure  $\Omega^m$  becomes smaller and smaller. If the grid and other process parameters are properly selected, the solution will be convergent and after ten-odd iterations the optimum shape is produced for the body by which time susceptibility will have reached its minimum, i.e. becoming a structure of the highest rigidity (as opposed to susceptibility) and minimum mass. The problem of shape optimisation is defined as equal to the selection of optimum component values for the elasticity tensor  $E_{ijkl}(x)$  within the design space by applying the following dependence [5]:

$$E_{ijkl}(x) = X(x)E_{ijkl}^m \quad \wedge \quad X(x) \in [0,1] \quad (1)$$

$E_{ijkl}$  – the rigidity tensor of the material of the structure.

The minimum susceptibility (i.e. the maximum rigidity) is determined by applying the principle of virtual works, which states that the equilibrium of a deformable system is the equality of its internal energy  $U_E$  virtual increase and the total work of all external forces at any virtual translations  $L_E(v)$ . The minimum work value of external forces  $L(v)$  must be found so that the following equality is satisfied:

$$U_E(u, v) = L_E(v) \quad (2)$$

with:

$u$  – the actual permissible kinematic translations of the system at equilibrium,

$v$  – virtual translations,

$v$  – przemieszczenia wirtualne,

$$U_E(u, v) = \int_{\Omega} E_{ijkl}(x) \varepsilon_{ij}(u) \varepsilon_{kl}(v) d\Omega, \quad (3)$$

$\varepsilon_{ij}(u)$  – odkształcenia liniowe:

$$\varepsilon_{ij}(u) = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad (4)$$

oraz

$$L_E(v) = \int_{\Omega} f_i u_i d\Omega + \int_{\Gamma} t_i u_i d\Gamma, \quad (5)$$

gdzie:

$f$  – siły objętościowe,

$t$  – siły powierzchniowe.

Problem optymalizacji rozwiązywany z zastosowaniem metody elementów skończonych, najczęściej za pomocą SIMP (*Solid Isotropic Microstructure with Penalization*) [6], można zdefiniować jako problem poszukiwania optymalnych wartości modułów sprężystości  $E$  na drodze kolejnych iteracji, obliczając minimum energii potencjalnej układu:

$$\min f^T u \quad (6)$$

gdzie:

$$f = K(E_e)u$$

oraz:

$$K = \sum_{e=1}^N K_e(E_e)$$

$u$  – wektor przemieszczeń,

$f$  – wektor sił,

$K$  – globalna macierz sztywności,

$K_e$  – macierz sztywności pojedynczego elementu,

$E_e$  – moduł sprężystości pojedynczego elementu.

Należy podkreślić, że w postawionym problemie mamy dwa pola zmiennych, mianowicie pole przemieszczeń  $u$  i pole sztywności  $E$ . Rozwiązując powyższe zagadnienie, wygodnie jest wprowadzić ciągłą funkcję gęstości materiału  $\rho(x)$  wypełniającego obszar projektowy  $\Omega$  o objętości  $V$ , od której zależy wartość sztywności

$$U_E(u, v) = \int_{\Omega} E_{ijkl}(x) \varepsilon_{ij}(u) \varepsilon_{kl}(v) d\Omega, \quad (3)$$

$\varepsilon_{ij}(u)$  – linear deformations:

$$\varepsilon_{ij}(u) = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad (4)$$

and

$$L_E(v) = \int_{\Omega} f_i u_i d\Omega + \int_{\Gamma} t_i u_i d\Gamma, \quad (5)$$

with:

$f$  – volumetric forces;

$t$  – superficial forces.

An optimisation problem solved by application of FEM, usually with SIMP (*Solid Isotropic Microstructure with Penalization*) [6] can be construed as a problem of seeking optimum values of the elasticity modulus  $E$  with successive iterations by calculating the minimum potential energy of the system:

$$\min f^T u \quad (6)$$

with:

$$f = K(E_e)u$$

and:

$$K = \sum_{e=1}^N K_e(E_e)$$

$u$  – vector of translations,

$f$  – vector of forces,

$K$  – global rigidity matrix,

$K_e$  – singular element rigidity matrix,

$E_e$  – singular element elasticity modulus.

Note that the problem posed here has two fields of variables, i.e. the field of translations  $u$  and the field of rigidity  $E$ . The problem solving can be facilitated by introducing a linear density function  $\rho(x)$  for the material which fills the design space  $\Omega$  at the volume  $V$ ; the function defines the value of element rigidity  $E$ . Here the element rigidity varies continuously from the initial value  $E^0$ , which is equal to the actual material elasticity modulus, to the value of 0. This allows determining a certain critical value  $E^k$ , below which the element is removed

elementu  $E$ . W takim przypadku sztywność elementu zmienia się w sposób ciągły od wartości początkowej  $E^o$ , tożsamej z rzeczywistym modułem sprężystości materiału, do wartości 0. Pozwala to określić pewną wartość krytyczną  $E^k$ , poniżej której element jest usuwany z przestrzeni projektowej. Matematyczny opis jednego z możliwych modeli takiego procesu może przybrać następującą formę [7]:

$$\begin{aligned} E(x) &= \rho(x)^p E^o, \quad p > 1, \\ \int_{\Omega} \rho(x) d\Omega &\leq V; \quad 0 \leq \rho(x) \leq 1, \quad x \in \Omega, \\ E(\rho = 0) &= 0, \quad E(\rho = 1) = E^o, \\ E(\rho) \neq 0 \wedge E(\rho) \neq 1 &\Rightarrow E(\rho) = \begin{cases} 0 & \text{gdy } E(\rho) < E^k \\ E^o & \text{gdy } E(\rho) \geq E^k \end{cases} \end{aligned} \quad (7)$$

Usunięcie danego elementu jest powiązane z kryterium energetycznym, albowiem gęstość jest proporcjonalna do energii. Z przestrzeni projektowej usuwane są te elementy, których energia odkształcenia jest pomijalnie mała w stosunku do tej, jaką mają elementy bardziej wyęteżone. Funkcje aktualizujące sztywność elementu mogą różnić się między sobą, przykładowo jedna z nich podana w pracy [8,9] ma postać:

$$E_i(\rho_i) = E^m \left( \frac{\rho_i}{\rho^m} \right)^\mu \quad (8)$$

gdzie  $\mu$  zawiera się w przedziale od 1 do 9 i dobierane jest arbitralnie, a o poprawności wyboru świadczy szybkość zbieżności rozwiązania. Alternatywnym, a zarazem prostszym, rozwiązaniem zaproponowanym przez autorów, dającym również poprawne rozwiązania, jest algorytm, którego schemat przedstawia rysunek 2. Działanie algorytmu powoduje usuwanie elementów z przestrzeni projektowej z tych obszarów, w których naprężenia nie przekraczają pewnej wstępnie założonej wartości. Usuwanie elementów odbywa się w następujących po sobie krokach obliczeniowych, które poprzedza pewien określony wstępnie przyrost obciążenia. Algorytm ten wykorzystuje pliki zawierające wyniki obliczeń numerycznych typu .dat tworzone przez program Abaqus oraz odpowiednio modyfikuje pliki wejściowe typu .inp przez usuwanie nisko obciążonych elementów.

Do zilustrowania metody może posłużyć przykład (rys. 3) optymalizacji konstrukcji łukowej podpartej, obciążonej równomiernie od góry.

Na rysunku 3 widoczny jest ubytek „masy” konstrukcji następujący w kolejnych krokach obliczeniowych. Po piętnastej iteracji przekroczone zostały dopuszczalne wartości naprężenia, wobec czego proces optymalizacji uznano za zakończony. Przestrzeń projektową dobrano w taki sposób, aby swoim kształtem była jak najbardziej zbliżona do tej, jaką określały wstępne założenia projektowe.

from the design space. The mathematical description of a possible model of the process can be as follows [7]:

$$\begin{aligned} E(x) &= \rho(x)^p E^o, \quad p > 1, \\ \int_{\Omega} \rho(x) d\Omega &\leq V; \quad 0 \leq \rho(x) \leq 1, \quad x \in \Omega, \\ E(\rho = 0) &= 0, \quad E(\rho = 1) = E^o, \\ E(\rho) \neq 0 \wedge E(\rho) \neq 1 &\Rightarrow E(\rho) = \begin{cases} 0 & \text{where } E(\rho) < E^k \\ E^o & \text{where } E(\rho) \geq E^k \end{cases} \end{aligned} \quad (7)$$

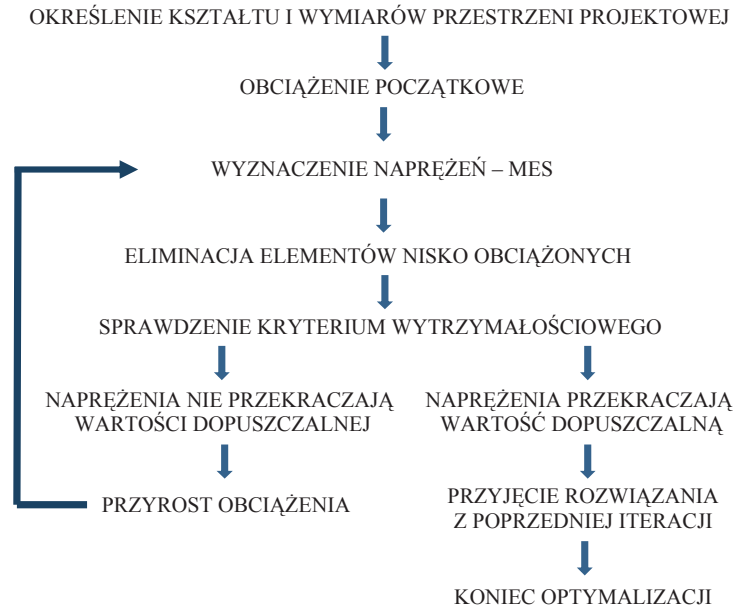
Removal of an element is related to the energy criterion, since density is proportional to energy. The design space has those elements remove the deformation energy which is negligibly small in relation to the energy of the elements which requires greater effort. The functions which analyse the element rigidity may vary; for example, a function given in [8,9] is:

$$E_i(\rho_i) = E^m \left( \frac{\rho_i}{\rho^m} \right)^\mu \quad (8)$$

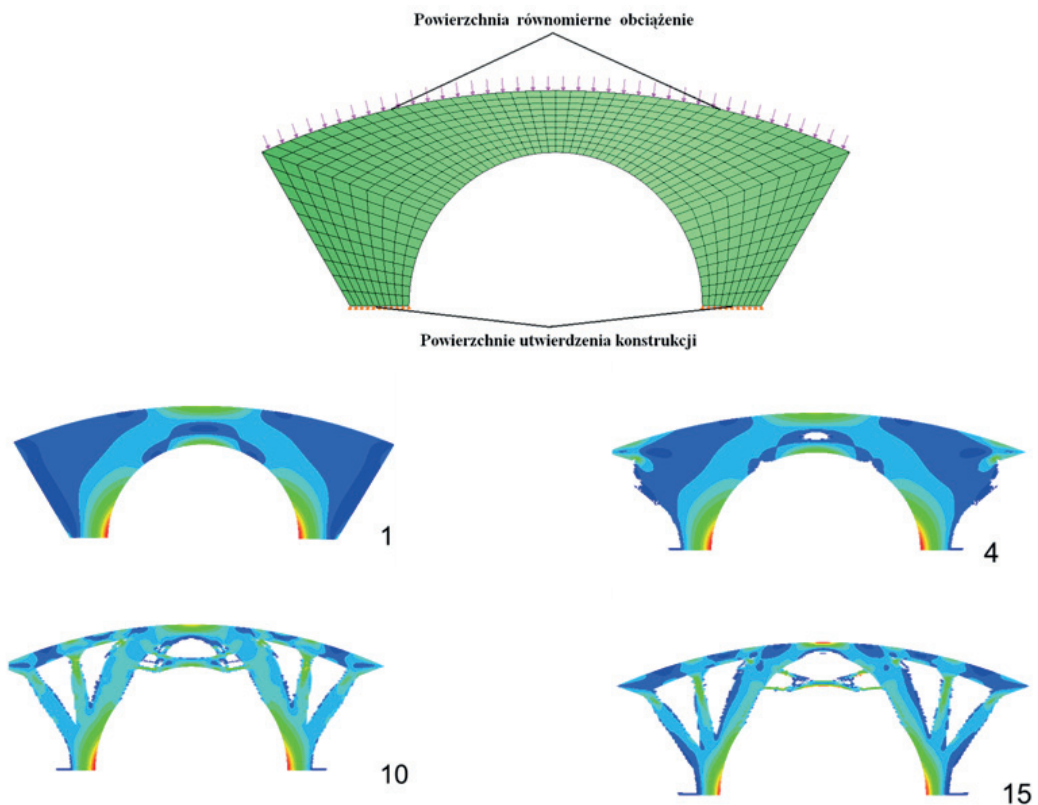
where  $\mu$  is in the range of 1 to 9 and arbitrarily selected, whereas the solution convergence rate determines whether that selection is right or wrong. An alternative simpler solution proposed by the authors hereof – which is also simpler and produces correct solutions – is an algorithm with the diagram shown in Figure 2. The algorithm operation removes the elements of those design space areas where the stress values do not exceed a certain pre-assumed value. The elements are removed in successive calculation iterations which themselves are preceded by a predefined increment of load. The algorithm utilises files with numerical calculation results in the .dat format generated by Abaqus, and modifies the .inp input files accordingly by removing elements with low loads.

The method can be illustrated by an example (Fig. 3) of optimising a supported arch structure with an equal load from the top.

Figure 3 shows the decrement of the structure “mass” that occurs in the successive calculation iterations. The permissible stress values are exceeded – after the 15th iteration, and thus the optimisation process is deemed complete. The design space was selected to have its shape as approximate as possible to the shape defined in the preliminary design assumptions.



Rys. 2. Algorytm optymalizacji topologicznej  
Fig. 2. Topological optimisation algorithm

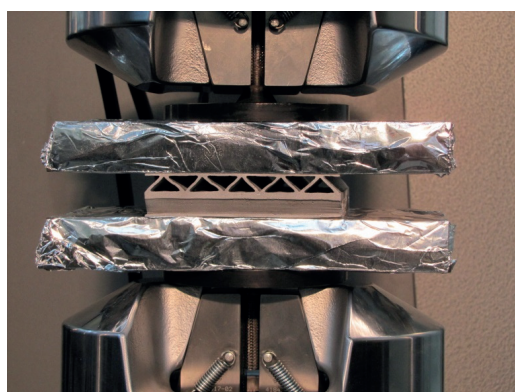


Rys. 3. Obszar projektowy oraz rezultaty przeprowadzonej optymalizacji według własnego (przedstawionego na rys. 2) algorytmu, po czwartej, dziesiątej i piętnastej iteracji (kolor czerwony określa miejsca, gdzie naprężenie zredukowane H-M-H jest największe, zaś niebieski – najmniejsze)

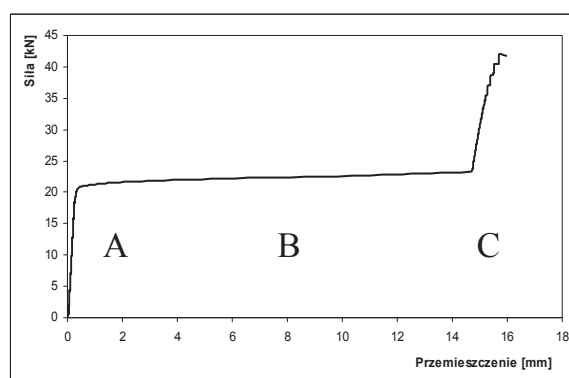
Fig. 3. The design space and the results of the optimisation completed with a proprietary algorithm (as shown in Fig. 2) after the 4th, 10th and 15th iteration (the red or blue highlight shows the location where the reduced stress H-M-H is the highest or the lowest, respectively)

### 3. Konstrukcja energochłonna poddana działaniu sił ściskających

Aby konstrukcje energochłonne jak najlepiej absorbowwały energię kinetyczną uderzenia, niszczenie ich nie może odbywać się w sposób gwałtowny, lecz następować w sposób progresywny, tak aby destrukcji ulegały kolejno sąsiadujące ze sobą warstwy materiału. Przykład próby zgniotu odlewu szkieletowego ze stopu Al-Si w szczękach maszyny wytrzymałościowej MTS 810 oraz typowego wykresu niszczenia przedstawiono na [rysunku 4](#). Odlew wykonano, wykorzystując oprzyrządowanie wykonane metodą AM, a szczegóły dotyczące technologii omówiono w wcześniejszym artykule autorów [10]. Wykresy ściskania różnych struktur komórkowych mają podobny przebieg, który nie oznacza jednak takiego samego sposobu dekohezji i charakteryzują się występowaniem trzech faz ([rys. 4](#)). W początkowej fazie (A) następuje odkształcenie liniowe, co umożliwia określenie modułu sprężystości  $E$  dla ściskania. W drugiej fazie (B), która charakteryzuje się stosunkowo małym wzrostem wartości siły w porównaniu z fazą (A), struktura ulega procesowi niszczenia, zależnemu od jej topologii i rodzaju tworzywa, jak również w pewnej mierze od technologii wykonania. Zjawiska te są nieodwracalne i trwają do chwili, gdy wartość siły zaczyna gwałtownie rosnąć bez znaczących deformacji struktury – faza (C). W fazie tej następuje proces zagęszczania struktury, a krzywa ściskania zbliża się asymptotycznie do tzw. odkształcenia densyfikacji, które na [rysunku 4b](#) odpowiada przemieszczeniu tłoka maszyny wytrzymałościowej wynoszącemu około 16 mm.



a)



b)

Rys. 4. Wykres siły jako funkcji przemieszczenia tłoka maszyny wytrzymałościowej otrzymany podczas próby ściskania odlewu szkieletowego o topologii trójkątnej: a) odlew ściskany w szczękach maszyny wytrzymałościowej, b) wykres ściskania; widoczne trzy charakterystyczne fazy zgniotu: A, B i C

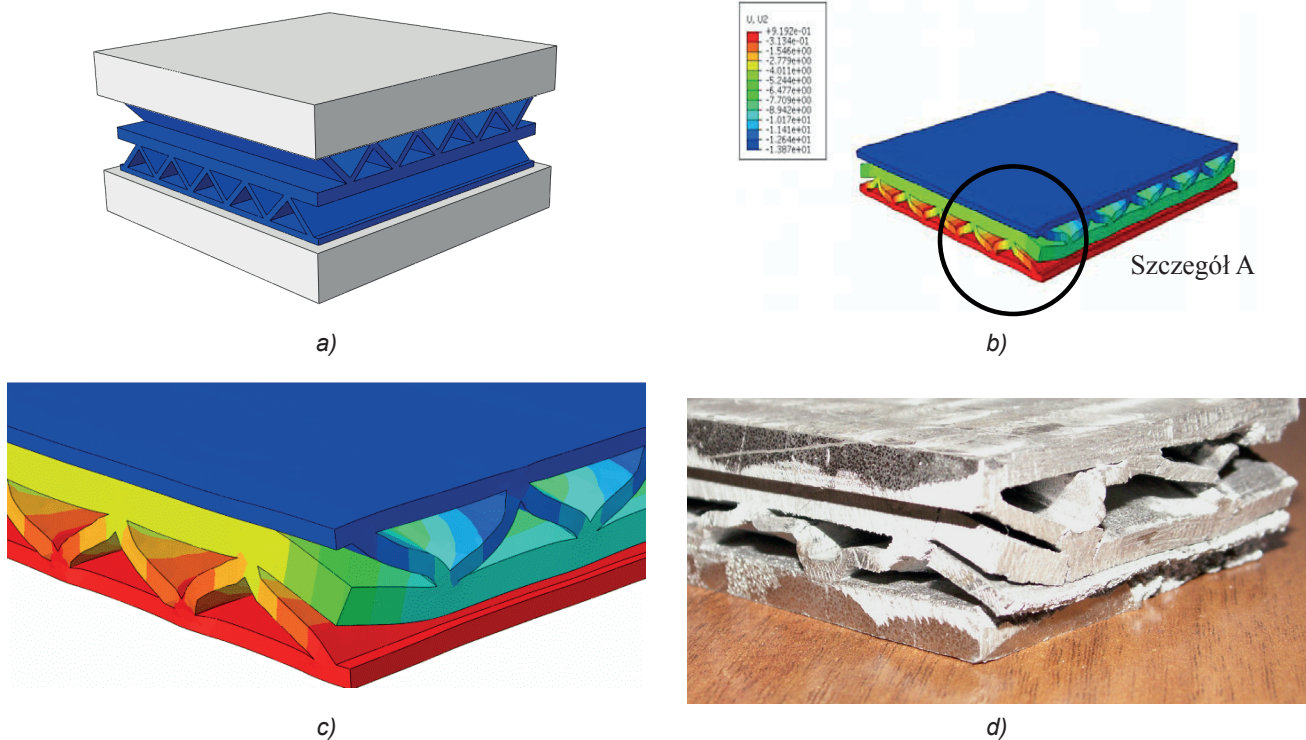
Fig. 4. Chart of the force as a function of the strength testing machine piston travel, produced during a compression test on a cellular casting with a triangular topology: a) the casting compressed between the strength testing machine jaws, b) the compression chart, with three distinct crushing stages: A, B and C

Wyniki próby wytrzymałościowej zgniotu odlewu szkieletowego można wykorzystać do testowania poprawności budowy modelu numerycznego MES ([rys. 5](#)),

The results of a strength crush test on a cellular casting can be applied to verify the build of a FEM numerical model ([Fig. 5](#)), provided that the deformation

zakładając, że energie odkształcenia w trakcie zgniotu odlewu i jego wirtualnego modelu nie wykazują większych różnic. Doświadczalna weryfikacja rozwiązania MES umożliwia wykorzystanie ilościowego opisu badanego zjawiska do porównywania wpływu różnych geometrii i materiałów na zdolność struktur do absorpcji energii, co stanowi główny cel badań tego typu konstrukcji przestrzennych.

energies do not vary significantly between the crushing of the casting and its virtual model. An experimental verification of the FEM solution allows applying a quantitative description of the investigated phenomenon to compare the effect of various geometries and materials on the capacity of structures to absorb energy, which is the principal objective of the investigation into the discussed types of three-dimensional structures.



Rys. 5. Porównanie deformacji odlewu oraz modelu numerycznego: a) model geometryczny, b) przemieszczenie modelu pod wpływem zgniotu, c) szczegół A – deformacja modelu, d) zdjęcie zdeformowanego odlewu po próbie ściskania  
 Fig. 5. Comparison of deformation in the casting with the numerical model: a) geometrical model, b) translation of the model by crushing, c) detail A: deformation of the model, d) a photograph of the deformed model following the compression test

#### 4. Przykłady zastosowania optymalizacji topologicznej w kształtowaniu konstrukcji absorbujących energię

#### 4. Examples of topological optimisation application in forming of energy-absorbing structures

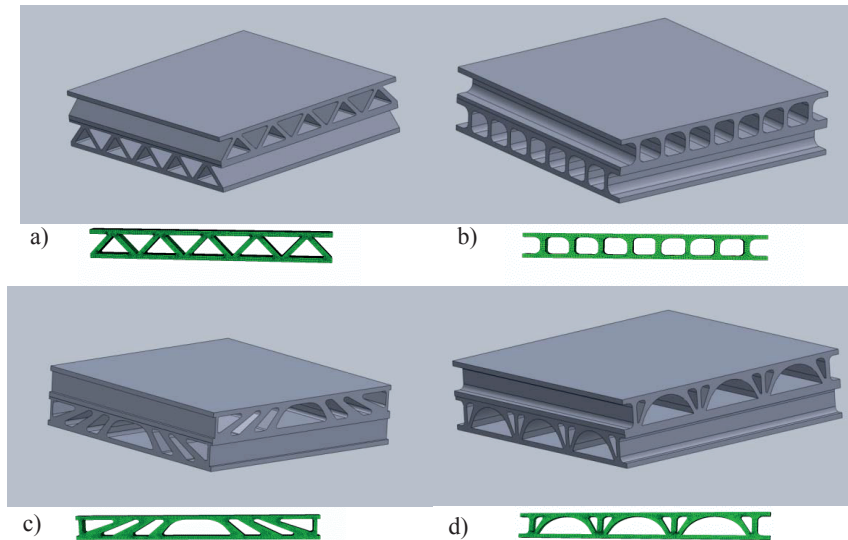
Do określenia kształtu konstrukcji w zależności od sposobu jej podparcia i funkcji celu wykorzystano odpowiednie moduły, które zawiera program Abaqus. Jako przestrzeń projektową wybrano prostopadłościan o wymiarach 100 mm × 100 mm × 12,5 mm, na którego całą górną powierzchnię wywierany jest nacisk, poprzez przemieszczającą się w dół ze stałą prędkością płytę mającą właściwości ciała doskonale sztywnego. Tego typu model obciążenia wymagał wprowadzenia kontaktu mechanicznego pomiędzy górną powierzchnią przestrzeni projektowej a dolną powierzchnią sztywnej płyty i odpowiadał warunkom, jakie stwarza ruch tłoka maszyny wytrzymałościowej podczas prowadzenia próby

The structure shape was defined in relation to its bearing mode and functions of purpose by applying the modules available in the Abaqus software. The design space was a cuboid sized 100 mm × 100 mm × 12.5 mm the entire top surface of which is subject to pressure from a plate moving down at a constant speed and having the properties of an ideally rigid body. This loading model required input of a mechanical contact between the design space top surface and the rigid plate bottom surface, and conformed to the conditions caused by the motion of the strength testing machine piston motion during a travel-controlled test. In the effect of optimisation in relation to the adopted functions



sterowanej przemieszczeniem. W efekcie optymalizacji zależnie od przyjętych funkcji celu i sposobu podparcia otrzymano różne kształty geometryczne konstrukcji przedstawione na rysunku 6. Jedną wspólną funkcją dla wszystkich optymalizowanych kształtów była funkcja celu zmierzająca do osiągnięcia minimalnej masy.

of purpose and the bearing method, various geometrical shapes of the structure were obtained as shown in Figure 6. The only common function of all optimised shapes was the function of purpose which aimed at the minimum mass.



Rys. 6. Topologia o kształcie powtarzalnych „trójkątów” (a) oraz propozycje kształtu pojedynczego modułu otrzymane w wyniku optymalizacji topologicznej (b, c, d)

Fig. 6. a) Topology of repeated triangles and (b, c, d) proposed shapes of a single module produced by topological optimisation

Tabela 1. Porównanie wybranych cech różnych topologii  
Table 1. Comparison of selected characteristics in different topologies

Kształt i sposób podparcia / Shape and bearing method	Objętość, mm <sup>3</sup> / Volume, mm <sup>3</sup>	Funkcje celu / Functions of purpose	Energia odkształcenia, J / Deformation energy, J
	118 800	—	313
	113 100	min. masy, max. sztywności / min mass, max rigidity	229
	116 800	min. masy, max. podatności / min mass, max flexibility	330
	137 000	min. masy, max. podatności / min mass, max flexibility	199

Rysunek 6a przedstawia konstrukcję z często spotykanym rdzeniem o powtarzalnych segmentach o przekroju trójkątnym, która nie była optymalizowana topologicznie. Natomiast rysunek 6b prezentuje kształt

Figure 6a shows a topologically non-optimised structure with a commonly occurring core of repeating triangular segments. Figure 6b shows the shape generated with the second function of purpose being

otrzymany, gdy drugą funkcją celu jest maksymalna sztywność, a konstrukcja podparta jest na całej dolnej powierzchni. Z kolei maksymalna podatność jako funkcja celu i podparcie wzdłuż dwóch równoległych do siebie krawędzi określają kształt konstrukcji na rysunku 6c. Przyjęcie tej samej funkcji celu i podparcie całej dolnej krawędzi powodują, że w wyniku optymalizacji otrzymujemy jako rozwiązanie kształt pokazany na rysunku 6d. W tabeli 1 porównano wybrane cechy topologii przedstawionych na rysunku 6.

## 5. Podsumowanie

Rozwój metod przyrostowych wytwarzania spowodował, że oprócz wspomagania prac projektowych modele AM mogą być wykorzystane w różny sposób, w tym stanowić końcowy produkt jako część lub konstrukcja. Również w dziedzinie odlewnictwa metody te mogą być stosowane do wytwarzania form i rdzeni ceramicznych oraz oprzyrządowania dla odlewania ciśnieniowego. Szczególnie przydatne są w tym przypadku techniki druku 3D, metoda FDM (*Fused Deposition Modeling*) oraz niektóre odmiany spajania warstw proszkowych. Eliminują one w dużej mierze ograniczenia wynikające ze związku pomiędzy złożonością kształtu a technologicznością konstrukcji odlewu. Fakt ten może być wykorzystany podczas kształtowania wytrzymałościowego konstrukcji we wczesnej fazie projektowania, gdy znane są jedynie wstępne założenia związane z przeznaczeniem, funkcjonalnością i wymiarami gabarytowymi odlewu. Zastosowanie metod optymalizacji topologicznej umożliwia przemieszczanie i eliminowanie masy wewnątrz obszaru projektowego, tak aby przy określonych warunkach brzegowych i sposobie obciążenia otrzymać najbardziej korzystny stosunek wytrzymałości do masy odlewu. Z reguły w wyniku zastosowania powyższego algorytmu powstają konstrukcje o złożonym kształcie – przestrzenne ramy lub kratownice oraz powierzchnie niedające się opisać za pomocą prostych jednostek geometrycznych. Klasyczna konstrukcja absorbująca energię typu „sandwich” jest odporna jedynie na działanie sił wywołujących zgniot jej dwóch równoległych płaszczyzn. W pewnych przypadkach takie założenie może stanowić uproszczenie rzeczywistych warunków pracy konstrukcji, dotyczących kierunku działania sił i sposobu jej mocowania. W celu wyeliminowania wpływu powyższych założeń upraszczających na kształt, można zastosować metody optymalizacji topologicznej, dzięki którym ostateczny kształt konstrukcji będzie lepiej „dopasowany” do założonych warunków brzegowych i funkcji celu. Przedstawione w niniejszym artykule oraz we wcześniejszej publikacji [10] wyniki badań i prób potwierdzają możliwość wykonania odlewów szkieletowych, kształtowanych wytrzymałościowo za pomocą optymalizacji topologicznej z wykorzystaniem metod przyrostowych wytwarzania oprzyrządowania. Łączenie tych metod odnoszących

maximum rigidity and the structure supported across its entire bottom surface. The maximum flexibility as a function of purpose and the bearing of the body along its two parallel boundaries define the shape of the structure in Figure 6c. When optimised, the same function of purpose and the bearing of the whole bottom boundary give the solution being the shape shown in Figure 6d. Table 1 compares the selected characteristics of the topologies shown in Figure 6.

## 5. Conclusion

The development of additive manufacturing methods has resulted in the capacity for numerous applications of AM models, also in the form of finished parts or structures, aside from providing aid in design engineering. The AM methods can also be used in foundry casting to manufacture ceramic moulds and cores, as well as pressure casting equipment. The processes extremely useful in this context include 3D printing technologies, FDM (*Fused Deposition Modelling*) and certain variations of powder layer bonding. They largely eliminate the restrictions imposed by complexity of shapes and manufacturability of casting structures. This state of advancement can be applied in strength forming of structures at early design stages when all that is known is the foredesign of intended use, functionality and overall dimensions of a casting. Application of topological optimisation methods allows translation and elimination of mass inside of the design space so that under certain boundary conditions and loading methods the optimum casting strength to weight ratio is achieved. In principle, the result of applying the algorithm discussed above is structurally complex in shape, i.e. frameworks or latticeworks, as well as surfaces that cannot be defined with simple geometrical units. A classical energy-absorbing sandwich design resists only the forces which cause the crushing of its two parallel planes. In some cases this assumption may simplify the actual performance conditions of structures considering the direction of forces and the structure fixation method. To eliminate the effect of such simplifying assumptions on the shape of a structure, topological optimisation methods can be used to make the final structural shape match the assumed boundary conditions and improve optimal functions. The test and research results presented here and in the previous paper [10] confirm the feasibility of making cellular castings which are strength formed by topological optimisation through the application of AM for equipment production. Combination of these design engineering and manufacturing methods allows building a casting with a complex geometrical form and which meets the requirements of strength forming.

się zarówno do projektowania, jak i technologii wykonania umożliwia wykonanie odlewu o złożonej postaci geometrycznej, który spełnia wymagania kształtowania wytrzymałościowego.

### Podziękowania

Pracę wykonano w ramach pracy statutowej pt. „Integralne procesy w zakresie projektowania i wykonywania odlewów z wysokowytrzymałych stopów aluminium” (Instytut Odlewnictwa, nr 3004/2013) oraz pracy statutowej pt. „Optymalizacja wytwarzania odlewów o podwyższonych właściwościach użytkowych ze stopów odlewniczych z uwzględnieniem: mechanizacji oraz wysokowydajnych, bezpiecznych, nowoczesnych i proekologicznych technologii” (Akademia Górniczo-Hutnicza, nr 11.11.170.318) finansowanych przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego.

### Acknowledgements

This paper was prepared under the statute work titled “Integral processes in design and manufacturing of castings from high-strength aluminium alloys” (Foundry Research Institute, no. 3004/2013) and the statute work titled “Optimisation of manufacturing of high performance castings from cast alloys with consideration of mechanization and high performance, safe, advanced and environmentally friendly technologies” (AGH University of Science and Technology, no. 11.11.170.318), financed by the Polish Ministry of Science and Higher Education.

### Literatura/References

1. McKown S. et al. (2008). The quasi-static and blast loading response of lattice structures. *Int. J. Impact Eng.*, 35(8), 795–810.
2. Hou W. et al. (2010). Ballistic impact experiments of metallic sandwich panels with aluminium foam core. *Int. J. Impact Eng.*, 37(10), 1045–1055.
3. Haydn N.G. et al. (2003). Fabrication and structural performance of periodic cellular metal sandwich structures. *Compos. Sci. Technol.*, 63(16), 2331–2343.
4. Gibson L.J., Ashby M.F. (1987). *Cellular Solids – Structure and Properties*. Oxford – Toronto: Pergamon Press.
5. Bendsøe M.P. (1989). Optimal shape design as a material distribution problem. *Struct. Optimization*, 1(4), 193–202.
6. Bendsøe M.P., Sigmund O. (1999). Material interpolation schemes in topology optimization. *Arch. Appl. Mech.*, 69(9–10), 635–654.
7. Bendsøe M.P., Sigmund O. (2003). *Topology Optimization – Theory, Methods and Applications*. Springer Verlag.
8. Rietz A. (2001). Sufficiency of a finite exponent in SIMP methods. *Struct. Multidiscip. O.*, 21(2), 159–163.
9. Kutyłowski R. (2004). *Optymalizacja topologii kontinuum materialnego*. Wrocław: Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej.
10. Piekło J., Pysz S., Małyszka M. (2010). Proces wykonania i mechaniczne właściwości odlewanych uporządkowanych konstrukcji komórkowych ze stopu Al-Si. *Prace Instytutu Odlewnictwa*, 50(4), 17–29.

