

**Opracowanie podstaw dyfuzyjnego mechanizmu suszenia formy ceramicznej**  
**Building foundations for the diffusion mechanism of ceramic mould drying**

*Katarzyna Szczepaniak-Lalewicz<sup>1</sup>, Michał Woś<sup>2</sup>*

*<sup>1</sup>Instytut Odlewnictwa, Centrum Projektowania i Prototypowania, ul. Zakopiańska 73, 30-418 Kraków*

*<sup>2</sup>Econocap Polska sp. z o.o., ul. Skibowa 91, 50-230 Wrocław*

*<sup>1</sup>Foundry Research Institute, Centre for Designing and Prototyping, ul. Zakopiańska 73, 30-418 Kraków, Poland*

*<sup>2</sup>Econocap Polska sp. z o.o., ul. Skibowa 91, 50-230 Wrocław, Poland*

*E-mail: katarzyna.szczepaniak@iod.krakow.pl*

**Streszczenie**

**Abstract**

*Podjęto próbę opracowania modelu matematycznego oraz przeprowadzenia z jego wykorzystaniem analizy numerycznej suszenia warstwowej formy ceramicznej wykorzystywanej w odlewaniu precyzyjnym. Analizę numeryczną przeprowadzono w programie FLOW-3D, mając na uwadze jej zastosowanie przy opracowaniu optymalnej metody suszenia precyzyjnych warstwowych form ceramicznych przeznaczonych do odlewania stopów tytanu. Zaproponowany model fizyczny dwuwymiarowy „non-condensable gas model” umożliwił przeprowadzenie symulacji z uwzględnieniem stałej gazowej i ciepła właściwego.*

*Słowa kluczowe: formy ceramiczne, suszenie, analiza numeryczna*

*An attempt was made to develop a mathematical model and apply this model in numerical analysis to the drying process of multi-layer ceramic moulds used in investment casting. The numerical analysis carried out in a FLOW-3D program was meant to serve later as a tool in the development of an optimal method for drying multi-layer ceramic moulds used in the investment casting of titanium alloys. The proposed two-dimensional physical “non-condensable gas model” enabled simulations including the gas constant and specific heat.*

*Keywords: ceramic moulds, drying, numerical analysis*

**1. Wprowadzenie**

Proces odlewania precyzyjnego stosowany jest do otrzymywania skomplikowanych geometrycznie i odpowiedzialnych części maszyn i urządzeń, w tym ze stopów tytanu [1–2]. Bardzo istotnym i zarazem jednym z najważniejszych etapów składających się na proces odlewniczy jest wytworzenie formy ceramicznej. Wymagania stawiane formom odlewniczym obejmują szereg specyficznych właściwości materiałowych. Masa ceramiczna to mieszanina materiału ceramicznego i wodnego spoiwa umożliwiającego związanie ziaren osnowy, a tym samym uzyskanie odpowiedniej wytrzymałości mechanicznej formy, przepuszczalności oraz odpowiednich właściwości termofizycznych [3]. Obecność spoiwa w masie powoduje wzrost gazotwórczości masy, co sprzyja powstawaniu wad odlewniczych. Formy ceramiczne wykonuje się poprzez nakładanie kolejnych

**1. Introduction**

The investment casting process is used to obtain geometrically complex and responsible parts of machinery and equipment, including castings made from titanium alloys [1–2]. One of the most important stages in the investment casting process is the manufacture of ceramic moulds. The requirements imposed onto foundry moulds include a number of specific material properties. The ceramic slurry is a mixture of ceramic material and an aqueous binder that determines the binding of the matrix grains, providing adequate mechanical strength, permeability and relevant thermophysical properties [3]. The presence of binder in ceramic slurry increases gas emission, which favors the formation of casting defects. Ceramic molds are made by applying successive ceramic layers (4–6 layers) after prior drying of the previous layer, the process

warstw ceramicznych (4–6 warstw) po wcześniejszym wysuszeniu poprzedniej warstwy, proces ten trwa zazwyczaj 3–5 dni, w zależności od liczby warstw oraz wilgotności i temperatury powietrza wykorzystanego podczas procesu suszenia form [4–5].

Nie ma doniesień literaturowych o symulacji takich procesów przy użyciu programu FLOW-3D [6–15]. W ramach niniejszej pracy przeprowadzono po raz pierwszy badania kinetyki procesów suszenia warstw ceramicznych z zastosowaniem tego programu.

FLOW-3D jest to oprogramowanie do obliczania zjawisk dynamiki przepływu płynów (CFD – *computational fluid dynamics*) o szerokim zakresie zastosowania [16]. Oprogramowanie to stosuje szczególnie rozwinięte techniki numeryczne do rozwiązywania równań ruchu płynów, aby otrzymać przejściowe, trójwymiarowe rozwiązania w wielowymiarowej skali problemów złożonych zjawisk fizycznych przepływu. Szereg fizycznych i numerycznych opcji umożliwia zastosowanie FLOW-3D do różnych zjawisk przepływu i wymiany ciepła. Ruch płynu opisany jest za pomocą nieliniowych równań różniczkowych drugiego rzędu. Do rozwiązywania tych równań należy zastosować równania ruchu płynów. Naukę (i często sztukę) rozwoju tych metod nazywa się CFD – obliczeniowa dynamika płynów. Rozwiązanie numeryczne tych równań polega na przybliżeniu różnych członów wyrażeń algebraicznych. Pozostałe równania rozwiązano, otrzymując przybliżone rozwiązanie pierwotnego problemu. Zarys rozwiązań numerycznych algorytmów dostępnych w FLOW-3D ukierunkowany jest na równania ruchu. Zazwyczaj model numeryczny zaczyna się od siatki obliczeniowej. Składa się on z szeregu połączonych ze sobą elementów albo komórek. Komórki te dzielą przestrzeń fizyczną na niewielkie objętości o wielu węzłach powiązanych ze sobą w całej objętości. Węzły służą do przechowywania wielkości nieznanych, takich jak: ciśnienie, temperatura i lepkość. Siatka jest skuteczną przestrzenią liczbową, która zastępuje oryginalny model fizyczny. Pozwala głównie na zdefiniowanie parametrów przepływu w dyskretnych lokalizacjach, określając warunki brzegowe do opracowania numerycznych przybliżeń równań ruchu płynu. Przybliżenie FLOW-3D służy do podziału przepływu w siatkach prostokątnych komórek, zwanych czasem cegłami. Siatka obliczeniowa skutecznie charakteryzuje przestrzeń fizyczną. Każdy parametr płynu jest reprezentowany na siatce przez układ wartości w punktach dyskretnych. Ponieważ rzeczywiste fizyczne parametry różnią się w sposób ciągły w przestrzeni, siatka o drobnych odstępach między węzłami zapewnia lepszą reprezentatywność rzeczywistości niż o grubszych. Dochodzimy do fundamentalnych właściwości przybliżeń numerycznych: każda uzasadniona aproksymacja numeryczna przybliża pierwotne równanie podczas zmniejszania odstępów siatki. Jeśli przybliżenie nie spełnia tego warunku, to należy uznać go za niewłaściwe. Zmniejszając odstępów siatki lub udosko-

typically takes 3–5 days, depending on the number of layers, and the humidity and temperature of the air used for mould drying [4–5].

There are no reports in the literature on simulation of such processes using the program FLOW-3D [6–15]. For the first time, the results of numerical calculations are consistent with the course of the drying process observed under real conditions.

FLOW-3D is a general purpose computational fluid dynamics (CFD) software [16]. It employs specially developed numerical techniques to solve the equations of motion for fluids to obtain transient, three-dimensional solutions to multi-scale, multi-physics flow problems. An array of physical and numerical options allows users to apply FLOW-3D to a wide variety of fluid flow and heat transfer phenomena. Fluid motion is described with non-linear, transient, second-order differential equations. The fluid equations of motion must be employed to solve these equations. The science (and often art) of developing these methods is called computational fluid dynamics. A numerical solution of these equations involves approximating the various terms with algebraic expressions. The resulting equations are solved to yield an approximate solution to the original problem. The process is called simulation. An outline of the numerical solution algorithms available in FLOW-3D follows the section on the equations of motion. Typically, a numerical model starts with a computational mesh, or grid. It consists of a number of interconnected elements, or cells. These cells subdivide the physical space into small volumes with several nodes associated with each such volume. The nodes are used to store values of unknowns such as pressure, temperature and velocity. The mesh is effectively the numerical space that replaces the original physical one. It provides the means for defining the flow parameters at discrete locations, setting boundary conditions and, of course, for developing numerical approximations of the fluid motion equations. The FLOW-3D approach is to subdivide the flow domain into a grid of rectangular cells, sometimes called brick elements. A computational mesh effectively discretizes the physical space. Each fluid parameter is represented in a mesh by an array of values at discrete points. Since the actual physical parameters vary continuously in space, a mesh with a fine spacing between nodes provides a better representation of reality than a coarser one. We arrive then at a fundamental property of a numerical approximation: any valid numerical approximation approaches the original equations as the grid spacing is reduced. If an approximation does not satisfy this condition, it must be deemed incorrect. Reducing the grid spacing, or refining the mesh, for the same physical space results in more elements and nodes and, therefore, increases the size of the numerical model. But apart from the physical reality of fluid flow and heat transfer, there is also the reality of design cycles,

nalając siatkę, dla tych samych fizycznych przestrzeni doprowadza się do większej liczby elementów i węzłów, a przez to, zwiększa się rozmiar modelu numerycznego. Ale niezależnie od fizycznej rzeczywistości przepływu płynu i wymiany ciepła, ma miejsce również rzeczywistość cykli projektowych, sprzętu komputerowego i terminów, które zmuszają inżynierów przeprowadzających symulacje do wyboru rozsądnej wielkości oczek. Osiągnięcie kompromisu między spełnieniem tych ograniczeń i uzyskaniem dokładnych rozwiązań przez użytkownika jest sztuką równoważenia, nie mniejszą niż rozwój modelu CFD sam w sobie. Prostokątne kratki są bardzo łatwe do generowania i zapisania w pamięci ze względu na ich regularną lub strukturalną naturę. Niejednorodny rozstaw siatki zwiększa elastyczność podczas zazębiania złożonych obszarów przepływu. Wywołania obliczeniowe są ponumerowane w następujący sposób za pomocą trzech wskaźników:  $I$  w kierunku  $x$ ,  $J$  w kierunku  $y$  i  $K$  w kierunku  $z$ . W ten sposób każda komórka w trójwymiarowej siatce może być zidentyfikowana przez unikalny adres  $(I, J, K)$ , podobnie jak współrzędne punktu w przestrzeni fizycznej. Strukturyzowane prostokątne kratki niosą dodatkowe korzyści przez względną łatwość opracowania metod numerycznych, przejrzystość tych ostatnich względem ich stosunku do pierwotnego problemu fizycznego i dokładności oraz stabilności rozwiązań numerycznych. Najstarsze algorytmy numeryczne oparte na różnicy skończonej i metodach objętości skończonej zostały pierwotnie opracowane na takich siatkach. Stanowią one bazę przybliżeń numerycznych we FLOW-3D. Metoda różnic skończonych jest oparta na właściwościach rozwinięcia Taylora i bezpośrednim zastosowaniu w definicji pochodnych. Jest to najstarsza z metod stosowanych w celu uzyskania rozwiązania numerycznego równań różniczkowych; uważa się, że pierwsze zastosowanie opracował Euler w 1768 r. Metoda objętości skończonych pochodzi z formy całkowitej praw zachowania ruchu płynu i naturalnie posiada właściwości zachowania.

FLOW-3D może być stosowany w kilku trybach odpowiadających różnym przypadkom ograniczającym ogólne równania płynów. Na przykład, jeden tryb jest dla przepływów ściśliwych, podczas gdy inny jest w sytuacjach czystego przepływu nieściśliwego. W tym ostatnim przypadku gęstość płynu i energia może zostać przyjęta jako wartość stała i nie musi być obliczana. Dodatkowo, istnieją przypadki z jednym płynem oraz z dwoma płynami. Swobodną powierzchnię można zawrzeć w przypadku jednego płynu nieściśliwego. Te rodzaje pracy odpowiadają różnym wyborom dla równań ruchu. Wolna powierzchnia istnieje w wielu symulacjach przeprowadzonych za pomocą FLOW-3D. Modelowanie wolnej powierzchni jest wyzwaniem w każdym środowisku obliczeniowym, ponieważ parametry przepływu i właściwości materiałów, takie jak: gęstość, prędkość i ciśnienie, doznają w nim nieciągłości. We FLOW-3D inercja gazu i objętość zajmowana przez gaz zostaje

computer hardware and deadlines, which combine in forcing the simulation engineers to choose a reasonable size of mesh. Reaching a compromise between satisfying these constraints and obtaining accurate solutions by the user is a balancing act no less so than the CFD model development itself. Rectangular grids are very easy to generate and store because of their regular, or structured, nature. Non-uniform grid spacing adds flexibility when meshing complex areas of flow. The computational cells are numbered in a consecutive manner using three indices:  $I$  in the  $x$ -direction,  $J$  in the  $y$ -direction and  $K$  in the  $z$ -direction. This way each cell in a three-dimensional mesh can be identified by a unique address  $(I, J, K)$ , similar to coordinates of a point in physical space. Structured rectangular grids carry additional benefits of relative ease to the development of numerical methods, transparency of the latter with respect to their relationship to the original physical problem and, accuracy and stability of the numerical solutions. The oldest numerical algorithms based on the finite difference and finite volume methods have been originally developed on such meshes. They form the core of the numerical approach in FLOW-3D. The finite difference method is based on the properties of Taylor expansion and the straightforward application of the definition of derivatives. It is the oldest of the methods applied to obtain numerical solutions to differential equations, and the first application is considered to have been developed by Euler in 1768. The finite volume method derives from integral form of the conservation laws for fluid motion and, naturally possesses conservation properties.

FLOW-3D can be operated in several modes corresponding to different limiting cases of the general fluid equations. For instance, one mode is for compressible flows, while another is for purely incompressible flow situations. In the latter case, the fluid density and energy may be assumed constant and do not need to be computed. Additionally, there are cases of one fluid and two fluid modes. Free surface can be included in the one-fluid incompressible mode. These modes of operations correspond to different choices for the governing equations of motion. Free surface exists in many simulations carried out with FLOW-3D. It is challenging to model free surfaces in any computational environment because flow parameters and materials properties, such as density, velocity and pressure experience a discontinuity. In FLOW-3D, the inertia of the adjacent gas, and the volume occupied by the gas is replaced with an empty space, void of mass, represented only by uniform pressure and temperature. This approach has the advantage of reducing the computational effort since in most cases the details of the gas motion are unimportant for the motion of much heavier liquid. Free surface becomes one of the liquid's external boundaries. A proper definition of the boundary conditions at the free surface is important for accurate capture of



wymieniona na pustą przestrzeń, pozbawioną masy reprezentowaną tylko przez jednorodne ciśnienie i temperaturę. Podejście to ma tę zaletę, że zmniejsza nakłady obliczeniowe, ponieważ w większości przypadków dane o ruchu gazu są nieistotne dla ruchu dużo cięższej cieczy. Wolna powierzchnia staje się jedną z granic zewnętrznych cieczy. Właściwa definicja warunków brzegowych na wolnej powierzchni jest ważna do dokładnego ujęcia dynamiki wolnej powierzchni. Metodę objętości płynu (VOF) zastosowano w tym celu we FLOW-3D. Składa się ona z trzech głównych elementów: definicja funkcji objętości płynu, metoda rozwiązania równania transportu VOF oraz określenie warunków brzegowych dla wolnej powierzchni.

Aby rozwiązać równania różniczkowe, zapisano je za pomocą współrzędnych układu kartezjańskiego  $(x, y, z)$ . Dla współrzędnych walcowych  $(r, \theta, z)$  współrzędna  $x$  jest interpretowana jako kierunek promieniowy, współrzędna  $y$  jest przekształcana do współrzędnej azymutalnej  $\theta$ , a  $z$  jest współrzędną osiową. W geometrii cylindrycznej należy dodać dodatkowe warunki do kartezjańskich równań ruchu. Warunki te są zawarte we współczynniku  $\xi$ ,  $\xi = 0$ , który odpowiada geometrii kartezjańskiej, natomiast  $\xi = 1$  odpowiada geometrii cylindrycznej.

Wszystkie wzory są formułowane poprzez funkcje porowatości po powierzchni i objętości. Te formuły, zwane *Favor TM for Fractional Area/Volume Obstacle Representation Method*, wykorzystuje się do modelowania złożonych obszarów geometrycznych.

Na przykład, obszary o zerowej porowatości objętościowej są używane do określenia przeszkód, natomiast porowatość powierzchniowa może być stosowana do modelowania cienkich, porowatych przegród. Funkcje porowatości wprowadzają również pewne uproszczenia w specyfikacji wolnej powierzchni i warunkach brzegowych ściany.

Ogólnie rzecz biorąc, we FLOW-3D, udziały powierzchni i objętości są niezależne od czasu. Jednakże te ilości mogą zmieniać się w czasie, gdy zastosuje się model ruchomych przeszkód.

Ogólne równanie wymiany masy, opisujące przepływ gazów (powietrza) przez wnękę formy:

$$V_F \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u A_x) + R \frac{\partial}{\partial y}(\rho v A_y) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w A_z) + \xi \frac{\rho u A_x}{x} = R_{DIF} + R_{SOR} \quad (1)$$

gdzie:

$V_F$  – udział objętości otwarty na przepływ

$\rho$  – gęstość płynu

$R_{DIF}$  – składnik dyfuzji burzliwej

$R_{SOR}$  – źródło masy.

the free-surface dynamics. The Volume of Fluid (VOF) method is employed in FLOW-3D for this purpose. It consists of three main components: the definition of the volume of fluid function, a method to solve the VOF transport equation and setting the boundary conditions at free surface.

The differential equations to be solved are written in terms of Cartesian coordinates  $(x, y, z)$ . For cylindrical coordinates  $(r, \theta, z)$  the  $x$ -coordinate is interpreted as the radial direction, the  $y$ -coordinate is transformed to the azimuthal coordinate  $\theta$ , and  $z$  is the axial coordinate. For cylindrical geometry, additional terms must be added to the Cartesian equations of motion. These terms are included with a coefficient  $\xi$ , such that  $\xi = 0$  corresponds to Cartesian geometry, while  $\xi = 1$  corresponds to cylindrical geometry.

All equations are formulated with area and volume porosity functions. This formulation, called Favor TM for Fractional Area/Volume Obstacle Representation Method is used to model complex geometric regions.

For example, zero-volume porosity regions are used to define obstacles, while area porosities may be used to model thin porous baffles. Porosity functions also introduce some simplifications in the specification of free-surface and wall boundary conditions.

In general, the FLOW-3D, area and volume fractions are time independent. However, these quantities may vary with time when the moving obstacle model is employed. The general mass continuity equation describing the flow of gases (air) through the cavity of the mould:

where:

$V_F$  – the fractional volume open to flow

$\rho$  – the fluid density

$R_{DIF}$  – a turbulent diffusion term

$R_{SOR}$  – is a mass source.

Równania wymiany masy dla składowych prędkości płynu ( $u, v, w$ ) w trzech współrzędnych są równaniami Naviera-Stokesa z dodatkowymi warunkami:

The equations of motion for the fluid velocity components ( $u, v, w$ ) in the three coordinate directions are the Navier-Stokes equations. Some additional terms for the simulation of the two-phase flow of the moisture drying process in the porous media was applied:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left\{ u A_x \frac{\partial u}{\partial x} + v A_y R \frac{\partial u}{\partial y} + w A_z \frac{\partial u}{\partial z} \right\} - \xi \frac{A_y v^2}{x V_F} &= - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + G_x + f_x - b_x - \frac{R_{SOR}}{\rho V_F} (u - u_w - \delta u_s) \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left\{ u A_x \frac{\partial v}{\partial x} + v A_y R \frac{\partial v}{\partial y} + w A_z \frac{\partial v}{\partial z} \right\} + \xi \frac{A_y u v}{x V_F} &= - \frac{1}{\rho} \left( R \frac{\partial p}{\partial y} \right) + G_y + f_y - b_y - \frac{R_{SOR}}{\rho V_F} (v - v_w - \delta v_s) \quad (2) \\ \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left\{ u A_x \frac{\partial w}{\partial x} + v A_y R \frac{\partial w}{\partial y} + w A_z \frac{\partial w}{\partial z} \right\} &= - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + G_z + f_z - b_z - \frac{R_{SOR}}{\rho V_F} (w - w_w - \delta w_s) \end{aligned}$$

gdzie:

where:

$G_x, G_y, G_z$  – przyspieszenia bryły

$G_x, G_y, G_z$  – are body accelerations,

$f_x, f_y, f_z$  – przyspieszenia lepkie

$f_x, f_y, f_z$  – are viscous accelerations

$b_x, b_y, b_z$  – straty przepływu w czynniku porowatym lub poprzecznej przegrodzie porowatej reprezentowane przez składową geometrii.

$b_x, b_y, b_z$  – are flow losses in porous media or across porous baffle plates, and the final terms account for the injection of mass at a source represented by a geometry component.

Współczynnik przepływu cieczy, w przypadku prowadzonej analizy gazów (powietrza), przez media porowate bazuje na klasycznych dla tych materiałów równaniach Forchheimera:

The coefficient of the liquid and in this case gases flow (air) through porous media is based on classical Forchheimer equations:

$$I = aV + bV^2 \quad (3)$$

gdzie:

where:

$V$  – prędkość przepływu powietrza przez media porowate,

$V$  – velocity of air flow through the porous media,

$a$  – opór ruchu laminarnego (liniowego),

$a$  – resistance of laminar motion (linear),

$b$  – opór ruchu turbulentnego.

$b$  – resistance of turbulent flow.

Przy dużej prędkości powietrza opór ruchu laminarnego może być pominięty i równanie sprowadza się wówczas do postaci :

At high air velocity, resistance of laminar flow may be omitted and the equation simplifies to the form:

$$I = bV^2 \quad (4)$$

Po przekształceniach:

After transformations:

$$V = \sqrt{\frac{1}{b} I} \quad (5)$$

$$k = \sqrt{\frac{1}{b}} \quad (6)$$

gdzie:

where:

$k$  – współczynnik przepływu cieczy i gazów (powietrza) przez media porowate.

Otrzymany po przekształceniu wzór

$$k = \sqrt{\frac{1}{b}} \quad (7)$$

nazywa się równaniem Chezy-Krasnowskiego.

## 2. Cel i zakres prac

Celem pracy była próba opracowania modelu analizy numerycznej procesu suszenia formy ceramicznej. Przyjęto model dyfuzyjnego suszenia form ceramicznych uwzględniający przemiany fazowe, co wymagało określenia wartości istotnych parametrów procesu. Rzeczywiste parametry procesu suszenia umożliwiły skorygowanie modelu numerycznego.

Zakres prac obejmował:

1. Przygotowanie modelu CAD.
2. Określenie warunków brzegowych symulacji.
3. Dyskretyzację numeryczną.
4. Dobór istotnych parametrów procesu suszenia:
  - a). Współczynnik wymiany masy pomiędzy wodą zawartą w spoiwie a powietrzem. Dla stanu równowagi współczynnik jest równy 1.
  - b). Ciepło utajone pary wodnej.
5. Wyznaczenie szybkości utraty wilgoci przez formę ceramiczną.

## 3. Opis realizowanych prac

W ramach pracy przygotowano model CAD i model dyskretyzacji numerycznej. W pierwszej kolejności do przeprowadzenia analizy wykorzystano próbkę prostopadłościenną. Ze względu na złożony proces analizy i związany z nim długi czas obliczeń, został on uproszczony do analizy modelu dwuwymiarowego umieszczonego w płaszczyźnie pionowej ( $yz$ ) (rys. 1a–b). Przyjęto następujące parametry początkowe: wilgotność formy 30%, temperatura panująca w komorze 21°C. Przyjęto, że przybliżony czas suszenia formy wynosi 15 000 sekund i do tego czasu ograniczono prowadzenie symulacji. Zdefiniowano warunki brzegowe oraz uwzględniono istotne parametry procesu suszenia, w tym: współczynnik wymiany masy

$k$  – coefficient of liquids and gases flow (air) through porous media.

The resulting after transformation formula:

is called the equation of Chézy-Krasnowski.

## 2. Purpose and scope of study

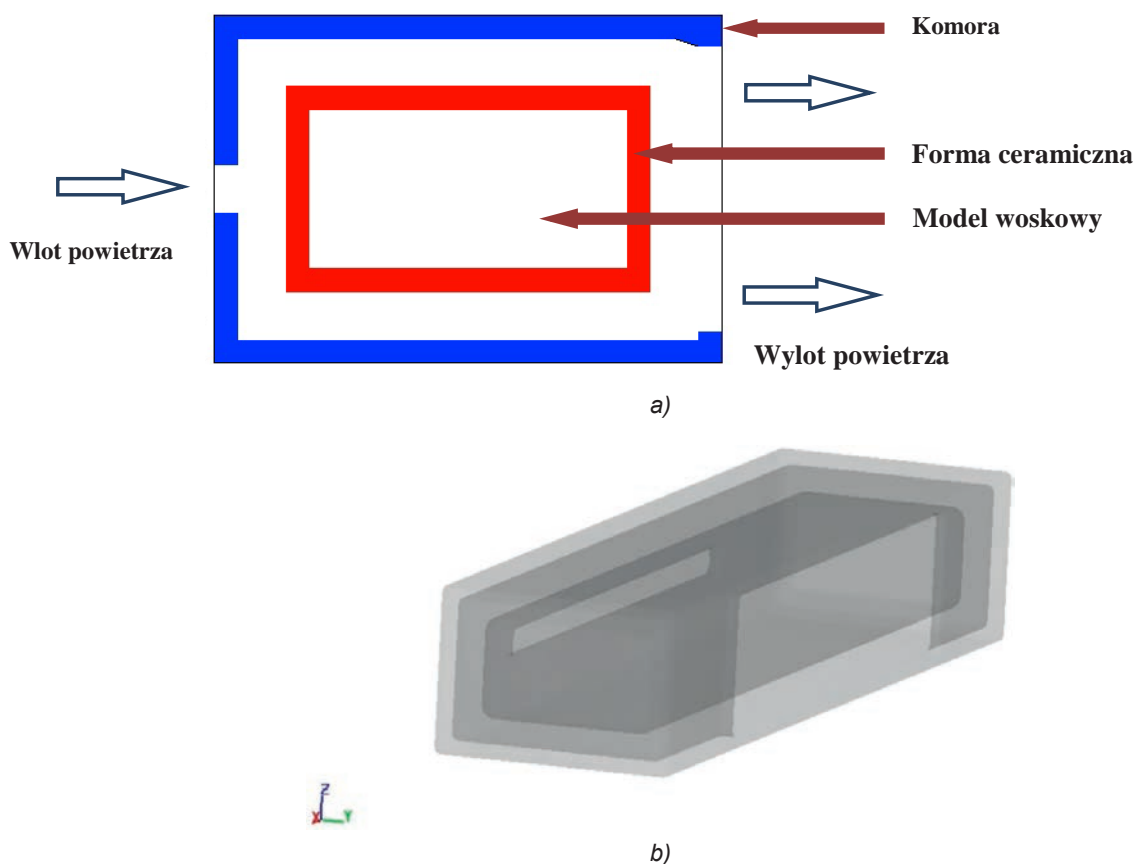
The aim of this study was to develop a model for the numerical analysis of the ceramic mould drying process. A diffusion-based model of the ceramic mould drying process was adopted, allowing for phase transformations, and thus making the determination of relevant process parameters necessary. The real parameters of the drying process prompted some corrections introduced to the numerical model.

The scope of the study included:

1. Preparation of the CAD model.
2. Determination of the simulation boundary conditions.
3. Numerical discretization.
4. Selection of the relevant drying process parameters:
  - a). The coefficient of mass exchange in the moisture – air system. For the equilibrium state, the value of this coefficient is equal to 1.
  - b). The latent heat of water vapour.
5. Determination of the rate of moisture loss by ceramic mould.

## 3. Description of current work

As part of the work, a CAD model and numerical discretization model were prepared. In the first stage of the study, the analysis was made on rectangular samples. Considering the high complexity of the process of analysis and the associated timely length of calculations, some simplifications were introduced, reducing the analysis to a two-dimensional model arranged in a vertical ( $yz$ ) plane (Fig. 1a–b). The adopted initial parameters assumed moisture content in the mould at a level of 30% and temperature in the chamber of 21°C. The time of mould drying was established at approximately 15 000 seconds. The simulation run-time was set according to the real time of mould drying. Boundary conditions include the most important parameters of



Rys. 1. a) Dwuwymiarowy model komory klimatycznej, b) trójwymiarowy model próbki  
 Fig. 1. a) Two-dimensional model of the climate chamber, b) 3D model of the sample

pomiędzy wodą zawartą w spoiwie i powietrzem oraz ciepło utajone pary wodnej.

Model dyskretny (matematyczny) powinien możliwie najdokładniej odwzorować model rzeczywisty badanego zjawiska fizycznego.

Zwykle model kondensacji/odparowywania (model dwóch płynów) zakłada, że płyn 2 składa się wyłącznie z fazy gazowej. W sytuacjach, w których faza gazowa składa się z mieszaniny pary i niekondensującego się gazu (na przykład pary wodnej w powietrzu), należy wybrać model „non-condensable gas”. Dodatki do modelu pary dwóch płynów obejmują wyliczenie stałej gazowej mieszaniny, która jest wyznaczana jako średnia ważona gęstości stałej gazowej pary i niekondensującego gazu.

Równanie matematyczne modelu:

$$\overline{R_F} = \frac{\rho_{vap}R_{vap} + \rho_{nc}R_{nc}}{\rho} \quad (8)$$

gdzie:

$\rho_{vap}$  – obliczona makroskopowa gęstość pary,

the drying process, the coefficient of the mass transfer between the water bound in the binder and the air, and the latent heat of water vapour.

A discrete (mathematical) model should reproduce as faithfully as possible the real model of the examined physical phenomenon.

Normally, the condensation/evaporation model (two-fluid model) assumes that fluid 2 is composed entirely of the vapour phase of the liquid. For situations where the gaseous phase is composed of a mixture of vapour and a non-condensable gas (e.g. water vapour in air), it is important to select non-condensable gas model. Additions to the two-fluid vapour model include the computation of a mixture gas constant, which is evaluated as a density-weighted average of the gas constants of the vapour and the non-condensable gas.

The mathematical model is shown on equation:

where:

$\rho_{vap}$  – the computed macroscopic vapour density,

$\rho_{nc}$  – obliczona makroskopowa gęstość gazu niekondensującego,

$\overline{R}_F$  – średnia stała gazowa.

Uproszczenia poczynione przy opracowywaniu modelu ułatwiają jego opis, jednakże mogą ograniczyć dokładność poszukiwanego rozwiązania. Zbyt daleko idące uproszczenia mogą spowodować pominięcie istotnych cech układu rzeczywistego. Z kolei złożony model matematyczny może spowodować błędy w rozwiązaniu ze względu na brak pełnej kontroli skomplikowanego procesu obliczeniowego. Oprogramowanie FLOW-3D wykorzystuje do rozwiązywania zagadnień metodę różnic skończonych i powiązanych z nią elementów sześciennych. Wpływ na czas obliczeń ma wielkość pojedynczego elementu skończonego, który w przypadku tej analizy ma bardzo niewielkie rozmiary. Podczas opracowania modelu numerycznego istotne okazało się ograniczenie kroku czasowego w modelu lepkości korzystającym z jawnej metody całkowania (*explicit*). W rezultacie przyjęto krok czasowy o wartości 0,002 sekundy w czasie 15 000 sekund trwania symulacji. Niekompatybilność modelu fizycznego gazów ściśliwych powoduje brak możliwości wykorzystania znacznie szybszej niejawnej metody całkowania (*implicit*).

Wykorzystane w symulacji modele fizyczne nie uwzględniają zmiany lepkości oraz przewodności cieplnej gazu, ponieważ zmiany tych właściwości nie okazały się istotne podczas symulacji procesu suszenia. Przyjęto, że temperatura cieczy i pary są równe w każdym elemencie modelu dyskretnego, dlatego koniecznym okazało się stosowanie współczynnika wymiany masy pomiędzy cieczą a powietrzem.

#### 4. Uzyskane rezultaty i analizy

Przeprowadzone obliczenia umożliwiły określenie szybkości utraty wilgoci przez formę ceramiczną. Wyniki przedstawiono w formie kolorowej mapy obrazującej procentową zawartość wilgoci w formie (rys. 2–5). Załączona skala umożliwia interpretację uzyskanych wyników.

Dwuwymiarowy model formy umieszczony w płaszczyźnie pionowej pozwala odnieść się do warunków rzeczywistych suszenia formy. Z wykonanych symulacji wynika, że woda zawarta w spoiwie najwolniej odparowuje z dolnej części formy ceramicznej.

Zmiana wilgotności formy ceramicznej przebiega liniowo.

$\rho_{nc}$  – computed non-condensable gas macroscopic density,

$\overline{R}_F$  – is the mean gas constant.

The simplifications introduced to the developed model can make its description easier, but at the same time will reduce the accuracy of the simulation results. The consequence of the simplifications can neglect some essential characteristics of the real conditions. On the other hand, too complex a mathematical model can yield an erroneous solution because of the lack of full control over the complicated calculation process. The FLOW-3D software has been designed to solve problems with the help of a finite difference method. The computation time is dependent on the size of a single finite element, and in this case the single element is very small. During the development of the numerical model it was necessary to limit the iteration time step in the viscosity model from an explicit integration method. As a result, the time step of 0.002 seconds was adopted for the 15 000 second time of simulation. A consequence of the lack of compatibility of the physical model of compressible gases was that the implicit integration method gave a much quicker response and had to be eliminated from use.

The physical models used in the simulation neglected changes in the viscosity and thermal conductivity of gas, considering them irrelevant for the simulation of the drying process. The temperatures of the liquid and vapour were assumed to be equal in each element of the discrete model, and therefore it was necessary to use the coefficient of mass transfer between the water bound in the binder and the air.

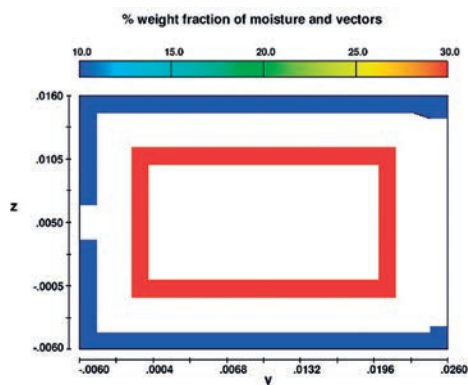
#### 4. The results of analysis

The performed calculations determined the rate of moisture loss by a ceramic layered mould. The results are presented in the form of a coloured map illustrating the percent of the moisture content in mould (Figs. 2–5). The enclosed scale facilitates the interpretation of the results.

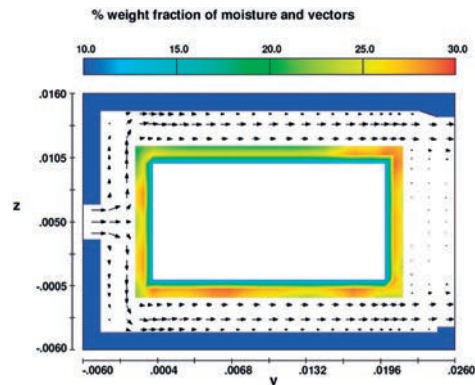
The two-dimensional model of the mould disposed in a vertical plane allows making reference to the real conditions of mould drying. The conducted simulation shows that water evaporates most slowly from the bottom part of the ceramic mould.

Changes in the ceramic mould humidity assume a linear course.

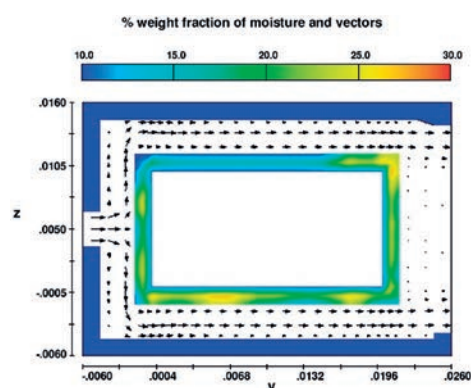




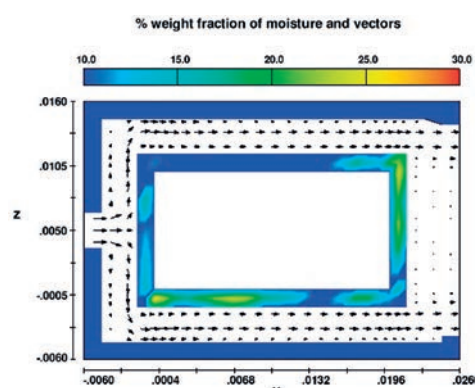
Rys. 2. Początek analizy  $t = 0$  s  
Fig. 2. The beginning of analysis  $t = 0$  s



Rys. 3. Wyniki analizy po czasie  $t = 3000$  s  
Fig. 3. The results of analysis after the time  $t = 3000$  s



Rys. 4. Wyniki analizy po czasie  $t = 8000$  s  
Fig. 4. The results of analysis after the time  $t = 8000$  s



Rys. 5. Wyniki analizy po czasie  $t = 15000$  s  
Fig. 5. The results of analysis after the time  $t = 15000$  s

## 5. Podsumowanie

1. Opracowany w programie FLOW-3D model umożliwia przeprowadzenie analizy procesu suszenia porowatych materiałów ceramicznych.
2. Opcja dwufazowego modelu suszenia wilgoci jest bardziej złożona i może być używana tylko do symulacji dwóch płynów przy przepływie ściśliwym i modelu gazu niekondensującego.
3. Współczynnik przepływu cieczy i gazów (powietrza) przez media porowate bazuje na klasycznych dla tych materiałów równaniach Forchheimera. Równania wymiany masy, Naviera-Stokesa opisują przepływ powietrza we wnętrze formy. Wyniki potwierdzają skuteczność tej metody.
4. Model fizyczny „non-condensable gas model” umożliwia przeprowadzanie symulacji z uwzględnieniem stałej gazowej i ciepła właściwego. Odparowanie cieczy i kondensacja pary wodnej są obliczane automatycznie wszędzie tam, gdzie istnieje gaz i ciecz.

## 5. Summary

1. The use of a model developed in the FLOW-3D program makes analysis of the drying process of porous ceramic materials possible.
2. The two-phase moisture drying model option is more complex, and can only be used for two-fluid simulations with compressible flow and the non-condensable gas model.
3. The flow rate of the liquid and gas through porous media is based on classical Forchheimer equations. The general mass exchange equation, Naviera-Stokesa describing the flow of gases (air) through the cavity of the mould. The results obtained confirm the effectiveness of this method.
4. The physical “non-condensable gas model” allows simulations using the values of gas constant and specific heat. The evaporation of liquid and vapour condensation are calculated automatically wherever a gas and a liquid are present.

5. Niska energia kinetyczna cząsteczek pary wodnej, proporcjonalna do temperatury, powoduje, iż proces obliczeń jest czasochłonny i w sposób znaczący ogranicza możliwość stosowania tego narzędzia na tradycyjnych stacjach roboczych.
6. Ze względu na ograniczenie czasu obliczeń wprowadzono współczynnik wymiany masy pomiędzy cieczą a powietrzem, umożliwiający uproszczenie modelu suszenia. Jego wartość dobrano na podstawie serii obliczeń porównanych z wynikami badań laboratoryjnych.
7. Przeprowadzono po raz pierwszy badania kinetyki procesów suszenia warstw ceramicznych z zastosowaniem programu komputerowego FLOW-3D. Nie ma doniesień literaturowych o symulacji takich procesów przy użyciu tego programu. Wyniki obliczeń numerycznych okazały się zgodne z przebiegiem procesu suszenia w warunkach rzeczywistych.
8. Na podstawie badań w czasie rzeczywistym i z obliczeń numerycznych potwierdzono korzystny efekt stosowania wymuszonego obiegu powietrza.
5. The low kinetic energy of the molecules of water vapour, proportional to the temperature, makes the calculation process time-consuming and greatly reduces the possibility of using this tool on traditional workstations.
6. Due to the limited time of calculations, a mass transfer coefficient between the liquid and the air was introduced, thus bringing some simplifications to the model of the drying process. Its value was chosen based on a series of calculations compared with the results of laboratory tests.
7. For the first time, the kinetics of drying the layers of a ceramic material was studied using as a tool the FLOW-3D software. There are no reports in the literature on simulation of such processes using this program. The results of numerical calculations are consistent with the course of the drying process observed under real conditions.
8. The results of real-time tests and numerical calculations have confirmed the beneficial effect of the use of forced air circulation.

## Podziękowania

Artykuł powstał na podstawie prac prowadzonych w ramach projektu strategicznego nr POIG.01.01.02-00-015/09 pt.: „Zaawansowane materiały i technologie ich wytwarzania” współfinansowanego przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Rozwoju Regionalnego.

## Acknowledgements

The article is based on the research carried out under a strategic project no. POIG.01.01.02-00-015/09 “Advanced materials and technologies for their production” co-financed by the European Union under the European Regional Development Fund.

## Literatura/References

1. Myszka, D., Karwiński, A., Leśniewski, W., Wieliczko, P. (2007). Influence of the type of ceramic moulding materials on the top layer of titanium precision castings”, *Archives of Foundry Engineering*, 7(1), 153–156.
2. Karwiński, A., Sobczak, N., Leśniewski, W., Wieliczko, P. (2010). The Technology of Ceramic Mould Manufacture for Investment Casting of Titanium Alloys. *Proceedings of the 69<sup>th</sup> World Foundry Congress 2010*.
3. Karwiński, A., Leśniewski, W., Wieliczko, P. (2006). Charakterystyka termofizyczna ciekłych mas ceramicznych stosowanych do odlewania precyzyjnego stopów tytanu. *Archiwum Odlewnictwa*, 6(22), 463–470.
4. Szczepaniak-Lalewicz, K., Badyńska, K. (2011). An innovative technology of making moulds for decorative castings. *Innovative Manufacturing Technology*, ed. Lucyna Jaworska, 413–421. Kraków: Instytut Zaawansowanych Technologii Wytwarzania.
5. Kamiński, Z. (1952). *Suszenie form i rdzeni w odlewniach*. Katowice: Państwowe Wydawnictwa Techniczne.
6. Allison, J., Backman, D., Christodoulou, L. (2006). Integrated Computational Materials Engineering: A New Paradigm for the Global Materials Profession. *JOM*, 58(11), 25–27.
7. Gebelin, J.-C., Cendrowicz, A. M., Jollu, M. R. (2003). Modelling of the wax injection process for the investment casting process: Prediction of defects. *Third International Conference of CFD in the Minerals and Process Industrial*, CSIRO, Melbourne, Australia, 10–12 December 2003, 415–420.
8. Karwiński, A., Leśniewski, W., Wieliczko, P., Małyszka, M. (2014). Casting of Titanium Alloys in Centrifugal Induction Furnaces. *Archives of Metallurgy and Materials*, 59(1), 403–406, DOI: 10.2478/amm-2014-0068.
9. Karwiński, A., Leśniewski, W., Pysz, S., Wieliczko, P. (2011). The technology of precision casting of titanium alloys by centrifugal process. *Archives of Foundry Engineering*, 11(3), 73–80.

10. Gebelin, J.-C., Jolly, M.R., Cendrowicz, A.M., Cirre J., Blackburn, S. (2004). Simulation of die filling for the wax injection process: Part II. Numerical Simulation. *Metallurgical and Materials Transactions B*, 35B(4), 761–768.
11. Viswanath, A., Sivaraman, S., Pillai, U.T.S. (2015). Computer Simulation of Low Pressure Casting Process Using FLOW-3D. *Materials Science Forum*, 830–831(September 2015), 45–48.
12. Aneesh Kumar, J., Krishnakumar, K., Savithri, S. (2015). Computer Simulation of Centrifugal Casting Process Using FLOW-3D. *Materials Science Forum*, 830–831(September 2015), 53–56.
13. Todte, M., Fent, A., Lang, H. (2015). *Simulation in support of the development of innovative processes in the casting industry*. GIFA 2015, Düsseldorf, Germany (technical presentation).
14. Kapranos, P., Carney, C., Pola, A., Jolly, M. (2014). Advanced Casting Methodologies: Investment Casting, Centrifugal Casting, Squeeze Casting, Metal Spinning, and Batch Casting. *Comprehensive Materials Processing*, ed. J. McGeough, Vol. 5, 39–67. Elsevier Ltd.
15. Karwiński, A., Małyszka, M., Tchórz, A., Gil, A., Lipowska, B. (2013). Integration of Computer Tomography and Simulation Analysis in Evaluation of Quality of Ceramic-Carbon Bonded Foam Filter. *Archives of Foundry Engineering*, 13(4), 67–72.
16. *Flow3D v10.1, Manual*.

