PRACE INSTYTUTU ODLEWNICTWA TRANSACTIONS OF FOUNDRY RESEARCH INSTITUTE

Volume LVII

Year 2017

Wpływ energii mieszania na zjawisko aglomeracji cząstek wtrąceń niemetalicznych w ciekłej stali

Effect of energy mix on the phenomenon of agglomeration of non-metallic inclusion particles in liquid steel

Kamil Kuglin¹, Dorota Kalisz¹

¹ AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, al. A. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków, Polska

¹ AGH University of Science and Technology, al. A. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków, Poland

E-mail: dak@agh.edu.pl

Received: 19.10.2016. Accepted in revised form: 31.03.2017.

© 2017 Instytut Odlewnictwa. All rights reserved. DOI: 10.7356/iod.2017.02

Number 1

Streszczenie

W pracy wykonano obliczenia komputerowe, które polegały na rozwiązaniu równania bilansu populacji oraz równania częstotliwości zderzeń cząstek wtrąceń niemetalicznych w zależności od typu kolizji. W symulacjach wykorzystano metodę PSG (Particle Grouping Method). Badania zostały przeprowadzone dla określonej liczby cząstek tlenku glinu. Za wartości zmienne przyjęto promień cząstki oraz moc mieszania ε . Wyniki symulacji zaprezentowano w formie wykresów przedstawiających zmianę ilości wydzieleń w stosunku do ich liczby początkowej (n_1/N_0) dla pierwszej grupy rozmiarowej (n,) w funkcji czasu rzeczywistego, dla każdej rozpatrywanej początkowej wielkości promienia cząstki: 1, 5 i 10 µm. Analiza opracowanych wyników pozwoliła stwierdzić, że w przypadku cząstek charakteryzujących się większym promieniem wzrost energii mieszania intensyfikuje proces łączenia się wtrąceń niemetalicznych w aglomeraty, co w konsekwencji sprzyja procesom ich usuwania z objętości ciekłego metalu.

<u>Słowa kluczowe</u>: stal, wtrącenia niemetaliczne, zjawisko aglomeracji, symulacja komputerowa, metoda PSG

1. Wprowadzenie

W trakcie prowadzenia procesu odtleniania ciekłej stali glinem tworzą się drobne wtrącenia Al₂O₃. W wyniku działania zjawisk kapilarnych i braku zwilżania tych wydzieleń przez ciekłą stal następuje przyciąganie poje-

Abstract

In the research, computer calculations were performed, consisting in solving the equation of population balance and the equation of the collision frequency of non-metallic inclusion particles, depending on the type of collision. In the simulations, the PSG method (Particle Grouping Method) was applied. The studies were conducted for a specific number of aluminium oxide particles. The particle radius and the power of mixing ε were assumed as variables. The simulation results were presented in the form of diagrams showing the change of the number of precipitates in respect of their initial number (n_i/N_o) for the first group of sizes (n_i) in real-time, for each analyzed initial size of the particle radius: 1, 5 and 10 μ m. The analysis of the elaborated results made it possible to conclude that, in the case of particles characterized by a larger radius, the increased energy mix intensifies the process of inclusions joining in agglomerates, which, in consequence, favours the processes of their removal from the volume of the liquid metal.

<u>Keywords</u>: steel, non-metallic inclusions, agglomeration, computer simulation, PSG method

1. Introduction

During the process of deoxidization of liquid steel with aluminium, minor Al_2O_3 inclusions are formed. As a result of the operation of capillary phenomena and the lack of wetting of these precipitates by the liquid steel, we

dynczych cząstek, które łączą się w większe przestrzenne ugrupowania charakteryzujące się nieregularnym kształtem, tzw. klasterów [1,2]. Zaobserwowano, że zgrupowane wtrącenia tlenku aluminium mogą przyjmować postać struktury dendrytycznej lub koralowej. Powstałe klastery wypływają z większą prędkością niż drobne pojedyncze wydzielenia, przez co mogą być łatwo usunięte z ciekłej stali i zostać zaadsorbowane przez żużel, zjawisku temu sprzyja mieszanie ciekłej stali. W przypadku, gdy duże, rozbudowane wydzielenie nie zdoła wypłynąć na powierzchnię lustra ciekłego metalu lub nie przywrze do powierzchni ceramicznej i pozostanie w objętości kąpieli metalowej, to po odlaniu utworzy wadę. Zjawisko to jest szczególnie niebezpieczne w przypadku stali, która ma być poddana procesowi walcowania [1-4].

2. Wzrost wtrąceń niemetalicznych

Zjawisko łączenia się pojedynczych cząstek w większe skupiska aglomeracyjne odbywa się na drodze koagulacji w przypadku cząstek stałych lub koalescencji dla ciekłych wydzieleń. Skupiska tworzą się w wyniku zjawiska kolizji pod wpływem ruchów Browna (koagulacja perykinetyczna), mechanizmu Stokesa (koagulacja ortokinetyczna) oraz zderzeń turbulentnych [3].

2.1. Kolizje w wyniku ruchów Browna

Kolizje tego typu wynikają z chaotycznego ruchu cząstek obecnych w ciekłym metalu. Pod wpływem tego ruchu może dojść do ich zderzenia. Częstotliwość kolizji Browna wyznacza się za pomocą następującego równania (1): observe single particles being attracted to each other, then joining in larger spacial groupings characterized by an irregular shape (the so-called clusters) [1,2]. It was observed that the grouped inclusions of aluminium oxide can assume the form of a dendritic or coral structure. The formed clusters flow out at a higher speed than smaller single precipitates, thus being easier to be removed from the liquid steel and also to be adsorbed by the slag. This phenomenon is facilitated by the mixing of the liquid steel. In the case when a large expanded precipitate fails to flow out to the surface of the mirror of the liquid metal or does not adhere to the ceramic surface and remains in the volume of the metal bath, it will create a defect after casting. This phenomenon is especially dangerous in the case of steel which is subjected to the process of rolling [1-4].

2. Growth of non-metallic inclusions

The phenomenon of single particles joining in larger agglomerations occurs by way of coagulation in the case of solid particles or coalescence in the case of liquid precipitates. The agglomerations are formed as a result of the phenomenon of collision under the effect of the Brownian movements (perikinetic coagulation), the Stokes mechanism (orthokinetic coagulation) and turbulent collisions [3].

2.1. Collisions as a result of Brownian movements

Collisions of this type result from the chaotic movement of the particles present in the liquid metal. Under the effect of this movement, they may collide. The frequency of Brownian collisions is determined by means of the following equation (1):

$$\beta_B(V_i, V_j) = \frac{2kT}{3\mu} \left(\frac{1}{V_i^{1/3}} + \frac{1}{V_j^{1/3}} \right) \left(V_i^{1/3} + V_j^{1/3} \right)$$
(1)

gdzie:

k – stała Boltzmana (J·K⁻¹),

 μ – lepkość ciekłego metalu (Pa·s),

 V_i , V_i – objętość cząstki *i* oraz *j* (m³).

Na rysunku 1 przedstawiono wyniki obliczeń częstotliwości zderzeń, dla kolizji typu Browna cząstek Al_2O_3 znajdujących się w ciekłej stali dla r_i = 10–90 µm, r_j = 90–10 µm. where:

k – Boltzmann constant (J·K⁻¹),

- μ viscosity of liquid metal (Pa·s),
- V_i , V_i volume of particle *i* and *j* (m³).

Figure 1 presents the results of the calculations of the collision frequency, for the Brownian collision of the Al₂O₃ particles present in the liquid steel for $r_i = 10-90 \ \mu m$, $r_i = 90-10 \ \mu m$.



Rys. 1. Wartość log β_{ii} dla danego wymiaru cząstki przy kolizjach spowodowanych ruchami Browna Fig. 1. Value of log β_{ij} for the given particle size with collision caused by Brownian movements

2.2. Kolizje typu Stokesa

Kolizje tego typu zachodzą pomiędzy cząstkami o zróżnicowanej wielkości i gęstości. Należy zwrócić uwagę, że kolizje typu Stokesa nie zachodzą pomiędzy wtrąceniami o tej samej objętości, gdyż prędkość ich wypływania jest taka sama. Kolizje typu Stokesa można opisać równaniem (2):

2.2. Stokes type collisions

Collisions of this type take place between particles of diversified sizes and densities. It should be noted that the Stokes type collisions do not occur between inclusions of the same volume, as the speed of their outflow is the same. The Stokes type collisions can be described by the following equation (2):

$$\beta_{S}(V_{i},V_{j}) = \pi \cdot (r_{i}-r_{j})^{2} \cdot (r_{i}-r_{j})$$
⁽²⁾

gdzie:

r_i, r_j – promień cząstki *i* oraz *j* (m).

Na rysunku 2 przedstawiono wyniki obliczeń częstotliwości zderzeń, dla kolizji typu Stokesa cząstek Al₂O₃ znajdujących się w ciekłej stali dla r_i = 10–90 µm, r_i = 9–1 μm.

where:

 r_i , r_i – radii of particle *i* and *j* (m).

Figure 2 shows the results of the collision frequency calculations, for the Stokes type collision of the Al₂O₃ particles present in the liquid steel, for $r_i = 10-90 \ \mu m$, $r_i = 9 - 1 \, \mu m$.



Rys. 2. Wartość log β_{ii} dla danego wymiaru cząstki przy kolizjach spowodowanych ruchami Stokesa Fig. 2. Value of log β_{ij} for the given particle size with collisions caused by Stokes movements

2.3. Kolizje turbulentne

Ten rodzaj kolizji zachodzi w skutek intensywnego mieszania kąpieli metalowej i można go scharakteryzować za pomocą równania (3):

2.3. Turbulent collisions

This type of collision occurs as a result of intense mixing of the metal bath and it can be characterized by means of the following equation (3):

$$\beta_T (V_i, V_j) = 1.3 \alpha_T (r_i + r_j)^3 \left(\frac{\varepsilon}{\nu}\right)^{1/2}$$
(3)

gdzie:

 r_i, r_i – promienie cząstki *i* oraz *j* (m),

where:

 ε – szybkość rozpraszania turbulentnej energii kinetycznej (m²·s⁻³),

 $v - lepkość kinematyczna (m^2 \cdot s^{-1}),$

 r_i , r_i – radii of particle *i* and *j* (m),

 ε – rate of dissipation of turbulent kinetic energy (m²·s⁻³),

 $v - kinematic viscosity (m^2 \cdot s^{-1}),$

 α_{τ} – coefficient of coagulation.

 α_r – współczynnik koagulacji.

Na rysunku 3 przedstawiono wyniki obliczeń częstotliwości zderzeń, dla kolizji turbulentnych cząstek Al₂O₃ znajdujących się w ciekłej stali, przy wartościach współczynnika ε (0,0001–0,01) dla r_i = 10–90 µm, r_i = 10-90 μm.

Figure 3 shows the results of the calculations of the collision frequency, for the turbulent collisions of the Al₂O₂ particles present in the liquid steel, with the coefficient values ε (0.0001–0.01) for r_i = 10–90 µm, r_i = 10-90 μm.



Rys. 3. Wartość log β_{ii} dla danego wymiaru cząstki przy kolizjach spowodowanych ruchami turbulentnymi, przy różnych wartościach współczynnika ɛ

Fig. 3. Value of log β_{μ} for the given particle size with collisions caused by turbulent movements, with different values of coefficient ϵ

Należy podkreślić, że w przypadku warunków rzeczywistych w ciekłej kąpieli metalowej będziemy mieć do czynienia ze wszystkimi trzema typami kolizji, które zostały scharakteryzowane powyżej. W wyniku czego wzór na częstość zderzeń cząstek wtrąceń niemetalicznych jest sumą tych trzech typów kolizji [2,3] i został przedstawiony za pomocą równań (4) i (5).

It should be emphasized that, in the case of the actual conditions, in the liquid metal bath, we observe all three types of collisions characterized above. This is why the formula for the collision frequency of non-metallic inclusion particles is the sum of these three collision types [2,3] and it is presented by means of the following equations (4) and (5).

$$\beta(V_i, V_j) = \beta_B(V_i, V_j) + \beta_S(V_i, V_j) + \beta_T(V_i, V_j)$$
(4)

$$\beta(V_i, V_j) = \left[\frac{2kT}{3\mu} \left(\frac{1}{V_i^{1/3}} + \frac{1}{V_j^{1/3}}\right) \cdot \left(V_i^{1/3} + V_j^{1/3}\right)\right] + \left[1, 3\alpha_T \left(r_i + r_j\right)^3 \cdot \left(\frac{\varepsilon}{\nu}\right)^{1/2}\right] + \left[\pi \cdot \left(r_i - r_j\right)^2 \cdot \left(r_i - r_j\right)\right]$$
(5)

3. Symulacja komputerowa procesu aglomeracji

Do modelowania zjawiska aglomeracji wtrąceń niemetalicznych w ciekłej kąpieli metalowej wykorzystano równanie Saffmana i Turnera [5-6] (6).

3. Computer simulation of agglomeration process

For the modelling of the phenomenon of agglomeration of non-metallic inclusions in the liquid metal bath, the Saffman-Turner equation was used [5-6] (6).

$$N_{ij} = 1,3(r_i + r_j) \cdot (\varepsilon/\nu)^{1/2} n_i n_j$$
(6)

where:

- r promień cząstki (m), r – particle radius (m), ε – energia mieszania (m²·s⁻³), ε – energy mix (m²·s⁻³), $v - lepkość kinematyczna (m^2 \cdot s^{-1}),$
- n zawartość cząstek i oraz j (m-3).

Metoda PSG (7) wykorzystuje równanie bilansu populacji, które podaje wzór (6) [5,7].

 $v - kinematic viscosity (m^2 \cdot s^{-1}),$

n – content of particles i and j (m⁻³).

PSG method (7) applies to the population balance equation, which is given by the following equation (6) [5,7].

$$\frac{dn_k}{dt} = \frac{1}{2} \sum_{i=1;i+j=k}^{i=k-1} (1+\delta_{ij}) N_{ij} - \sum_{i=1}^{\infty} (1+\delta_{ik}) N_{ik}$$
(7)

gdzie:

gdzie:

$$\delta_{ij}$$
 – delta Kroneckera (δ_{ij} = 1 dla $i = j$, δ_{ij} dla $i \neq j$).

W wyniku zestawienia równania na częstość zderzeń cząstek wtrąceń niemetalicznych z równaniem bilansu populacji oraz wprowadzonych modyfikacji przez Higashitani [8], równanie bilansu populacji przyjmuje postać opisaną równaniem (8) [2-5,7-9]:

When we collate the equation for the collision frequency of non-metallic inclusion particles with the population balance equation and apply the modification introduced by Higashitani [8], the population balance equation assumes the form described by the following equation (8) [2-5,7-9]:

 δ_{ij} – Kronecker delta (δ_{ij} = 1 for i = j, δ_{ij} for $i \neq j$).

$$\frac{dn_k^*}{dt^*} = \sum_{i=i_{c,k-1}}^{k-1} \xi_{i,k-1} (r_1^* + r_1^*)^3 n_i^* n_{k-1}^* + \sum_{i=1}^{i_{c,k-1}} \zeta_{i,k} (r_i^* + r_k^*)^3 n_i^* n_k^* - \sum_{i=i_{c,k}}^{M-1} (1 + \delta_{ik}) \cdot (r_i^* + r_k^*)^3 n_i^* n_k^*$$
(8)

where:

gdzie:

 $n_k^* = \frac{n_k}{N_0},$ $n_k^* = \frac{n_k}{N_0},$ $t^* = 1.3\alpha r_1^3 \left(\frac{\varepsilon}{v}\right)^{1/2} N_0 t,$

 N_o – początkowa ilość cząstek,

 ξ, ζ – współczynniki korekcji gęstości cząstek w grupie,

$$\xi_{i,k-1} = (v_i + v_k)/v_k,$$

$$\zeta_{i,k} = \frac{v_i}{v_k},$$

where:

 $t^* = 1,3\alpha r_1^3 \left(\frac{\varepsilon}{v}\right)^{1/2} N_0 t,$

 N_{o} – initial number of particles,

 ξ, ζ – coefficient of correction of particle density in the group,

$$\xi_{i,k-1} = (v_i + v_k)/v_k$$
$$\zeta_{i,k} = \frac{v_i}{v_k},$$

$$r_k^* = \frac{r_k}{r_1},$$

 $i_{c,k-1}$ – rozmiar cząstki.

4. Wyniki symulacji i ich omówienie

Opisany powyżej model matematyczny został wykorzystany do obliczenia zjawiska aglomeracji w pierwszej grupie rozmiarowej badanych cząstek wtrąceń tlenku glinu. Wyniki symulacji zostały zestawione w postaci wykresów obrazujących czas zanikania wtrąceń w pierwszej grupie rozmiarowej, dla różnych wartości energii mieszania. Obliczenia wykonano dla ściśle określonej liczby cząstek znajdujących się w 1 m³ ciekłej stali. Jako dane wejściowe do symulacji przyjęto początkową ilość cząstek wtrąceń Al₂O₃ wynoszącą 30 000 w 1 m³ ciekłej kąpieli metalowej, wartość współczynnika aglomeracji α za równy jeden oraz współczynnik lepkości stali 7,857·10⁻⁷m²·s⁻¹. Parametry, które ulegają zmianie w toku obliczeń, to promień cząstki *r* oraz energia mieszania ε .

Na rysunkach 4–6 przedstawiono wyniki obliczeń zjawiska aglomeracji dla cząstki o promieniu początkowym r = 1; 5; 10 µm, przy różnych wariantach wielkości współczynnika intensywności mieszania ε (0,0001–0,01) m²·s⁻³.

$$r_k^* = \frac{r_k}{r_1},$$

 $i_{c,k-1}$ – particle size.

4. Simulation results and discussion

The mathematical model described above was used to calculate the phenomenon of agglomeration in the first size group of the examined particles of aluminium oxide inclusions. The simulation results were compiled in the form of diagrams illustrating the time of fading of the inclusions in the first group of sizes, for different values of the energy mix. The calculations were performed for a strictly defined number of particles present in 1 m³ of liquid steel. As the input data for the simulation, the initial number of Al₂O₃ inclusion particles equalling 30 000 in 1 m³ of liquid metal bath was assumed, as well as the value of the coefficient of agglomeration α equalling 1 and the coefficient of steel viscosity equalling 7.857.10⁻⁷m²·s⁻¹. The parameters which are subjected to change in the course of the calculations are the particle radius r and the energy mix ε .

Figures 4–6 present the results of the calculations of the agglomeration phenomenon for the particle with the initial radius r = 1; 5; 10 µm, with different variants of the value of the mixing intensity coefficient ε (0.0001–0.01) m²·s⁻³.





Fig. 4. Time of particle fading in the first size group, for inclusions of the initial radius $r = 1 \ \mu m$, for values of coefficient ε (0.0001–0.01) $m^2 \cdot s^{-3}$



Rys. 5. Czas zanikania cząstek w pierwszej grupie rozmiarowej, dla wtrąceń o promieniu początkowym r = 5 μ m, przy wartościach współczynnika ε (0,0001–0,01) m²·s⁻³

Fig. 5. Time of particle fading in the first size group, for inclusions with the initial radius $r = 5 \mu m$, for values of coefficient ϵ (0.0001–0.01) $m^{2} s^{-3}$



Rys. 6. Czas zanikania cząstek w pierwszej grupie rozmiarowej, dla wtrąceń o promieniu początkowym r = 10 μ m, przy wartościach współczynnika ε (0,0001–0,01) m²·s⁻³

Fig. 6. Time of particle fading in the first size group, for inclusions with the initial radius $r = 10 \ \mu m$, for values of coefficient $\epsilon (0.0001-0.01) \ m^2 \cdot s^{-3}$

Na podstawie przeprowadzonych symulacji stwierdzono, że wartość współczynnika intensywności mieszania znacząco wpływa na czas zanikania cząstek w pierwszej grupie rozmiarowej. Przykładowo, dla cząstki o promieniu równym $r = 5 \mu m$ zaobserwowano, że proces aglomeracji zachodzi najtrudniej przy najniższej wartości energii mieszania ε = 0,0001 m²·s⁻³, wówczas po upływie t = 3 s nie stwierdza się cząstek o pierwotnym wymiarze 5 µm (rys. 5). Oznacza to, że aglomeracja zachodzi w największym stopniu dla cząstek o dużym promieniu początkowym przy dużej energii mieszania. Z kolei w przypadku cząstek o bardzo małym promieniu początkowym $r = 1 \,\mu m$ czas aglomeracji i zanikania wtrąceń w pierwszej grupie rozmiarowej wynosi t = 2500 s dla energii mieszania ε = 0,0001 m²·s⁻³ (rys. 4), przy czym zwiększenie intensywności mieszania w niewielkim stopniu wpływa na poprawę tego procesu. Oznacza to, że usunięcie drobnych wtrąceń

Based on the performed simulations it was concluded that the value of the mixing intensity coefficient significantly affects the particle fading time in the first group of sizes. For example, for the particle with the radius $r = 5 \,\mu\text{m}$, it was observed that the agglomeration process takes place at the lowest value of the energy of mixing ε = 0.0001 m²·s⁻³, when, after *t* = 3 s, no particles of the original size 5 μ m are detected (Fig. 5). This means that the agglomeration occurs to the greatest extent for the particles of a large initial radius with a high energy mix. In turn, in the case of particles of a very small radius $r = 1 \mu m$, the time of agglomeration and fading of the inclusions in the first size group equals t = 2500 s for the energy mix ε = 0.0001 m² s⁻³ (Fig. 4), where increasing the energy mix has a small effect on the improvement of this process. This means that removing the small non-metallic inclusions from the liquid steel requires the application of longer refineniemetalicznych z ciekłej stali wymaga zastosowania dłuższych czasów rafinacji o większej mocy mieszania, np. przez zastosowanie obróbki gazem obojętnym.

5. Wnioski

Aglomeracja wydzieleń tlenku glinu w ciekłej stali powoduje nie tylko intensyfikację procesu ich usuwania poprzez wzrost energii mieszania, lecz także wzrost dużych wydzieleń. Zastosowana metoda PSG pozwala na proste obliczenie aglomeracji przy rozpatrzeniu założonej ilości grup rozmiarowych.

W oparciu o wykonane obliczenia stwierdzono, że proces aglomeracji cząstek znajdujących się w pierwszej grupie rozmiarowej (n_1) przebiega znacznie szybciej dla cząstek o dużym promieniu początkowym (w tym przypadku 5 µm i 10 µm) oraz przy dużej wartości energii mieszania. Powyższa procedura obliczeniowa w dobrym stopniu odzwierciedla zjawisko powstawania aglomeracji Al₂O₃ w ciekłej stali. Należy podkreślić, że zastosowana metoda może być z powodzeniem wykorzystana do modelowania procesów rafinacji ciekłej stali.

Podziękowania

Praca została zrealizowana w ramach pracy statutowej AGH nr 11.11.170.318.14. ment times with a higher power of mixing, e.g. by way of treatment with inert gas.

5. Conclusions

Agglomeration of aluminium oxide inclusions in liquid steel causes not only intensification of the process of their removal by way of increasing the energy mix, but also an increase of large precipitates. The applied PSG method enables a simple calculation of the agglomeration with the consideration of the assumed number of group sizes.

Based on the performed calculations, it was concluded that the process of agglomeration of the particles present in the first size group (n_i) runs much faster for the particles of a large initial radius (in this case, 5 µm and 10 µm) as well as with a high energy mix value. The above calculation procedure illustrates well the phenomenon of Al_2O_3 agglomeration in the liquid steel. It should be emphasized that the applied method can be successfully used to model the refining processes of liquid steel.

Acknowledgements

The study has been realized within the AGH statutory work no. 11.11.170.318.14.

Literatura/References

- 1. Kawecka-Cebula E., Z. Kalicka, J. Wypartowicz. 2006. "Filtration on non-metallic inclusions in steel". Archives of Metallurgy and Materials 51 (2): 261–268.
- 2. Tozawa H., Y. Kato, K. Sorimachi, T. Nakanishi. 1999. "Agglomeration and Flotation of Alumina Clusters in Molten Steel". *ISIJ International* 39 (5) : 426–434.
- Kalisz D. 2013. Termodynamiczna charakterystyka powstawania fazy niemetalicznej w ciekłej stali. Kraków: Wydawnictwo Naukowe Akapit.
- Kalisz D., P. Żak. 2016. "PSG metod for simulating agglomeration of Al₂O₃ inclusions in liquid steel". Acta Physica Polonica A 130 (1): 157–159.
- 5. Zhang J., H.-G. Lee. 2004. "Numerical modeling of nucleation and growth of inclusions in molten steel based on mean processing parameters". *ISIJ International* 44 (10) : 1629–1638.
- 6. Saffman P.G., J.S. Turner. 1956. "On the collision of drops in turbulent clouds". Journal of Fluid Mechanics 1 (1): 16-30.
- 7. Nakaoka T., S. Taniguchi, K. Matsumoto, S.T. Johansen. 2001. "Paricle-size-grouping method of inclusion agglomeration and its application to water model experiments". *ISIJ International* 41 (10) : 1103–1111.
- 8. Higashitani K., K. Yamauchi, Y. Matsuno, G. Hosokawa. 1983. ",Turbulent Coagulation of Particles Dispersed in Viscous Fluid". *Journal of Chemical Engineering of Japan* 16 (4): 299–304.
- Kalisz D., P.L. Żak, K. Kuglin, 2016. "Analysis of agglomeration of Al₂O₃ particles in liquid steel". Archives of Metallurgy and Materials 61 (4): 2091–2096.